Lösungen zu den Aufgaben: Ortskurven

Aufgabe 1: $f_t(x) = tx^2 + x - \frac{2}{t} \quad mit \quad t \neq 0$

$$f_t(x) = tx^2 + x - \frac{2}{t} \quad mit \quad t \neq 0$$

$$f_t'(x) = 2tx + 1 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2t}$$

$$f_t''(x) = 2t \neq 0 \rightarrow Extremum$$

$Ortskurve:$

$$x = -\frac{1}{2t} \rightarrow t = -\frac{1}{2x}$$

$$\xrightarrow{\text{in Funktion}} f_{\left[-\frac{1}{2x}\right]}(x) = \left(-\frac{1}{2x}\right)x^2 + x - \frac{2}{\left(-\frac{1}{2x}\right)} = -\frac{1}{2}x + x + 4x = \frac{9}{2}x$$

$$Ortskurve\ der\ Extrema: \quad y = \frac{9}{2}x$$

$$Laut\ Aufgabenstellung: \quad x = 1 \rightarrow t = -\frac{1}{2\cdot 1} = -\frac{1}{2} \rightarrow Maximum$$

Aufgabe 2: $f_t(x) = xe^{-tx} = \frac{x}{e^{tx}} \quad mit \quad t > 0$

$$x = \frac{1}{t} \Rightarrow Ortskurve\ der\ Extrema: \quad y = \frac{x}{e}$$

Aufgabe 3: $f_t(x) = e^x\left(e^x - t\right) \quad mit \quad t > 0$

$$Min\left(\ln\left(\frac{1}{2}t\right) \middle| -\frac{1}{4}t^2\right) \Rightarrow Ortskurve\ der\ Extrema: \quad y = -e^{2x}$$

Aufgabe 4: $f_t(x) \;=\; e - e^{tx} \quad mit \quad t \in \Re$

$$Bedingung: \quad t_1 \neq t_2$$

$$f_{t_1}(x) = f_{t_2}(x) \;\Rightarrow\; e - e^{t_1 x} = e - e^{t_2 x} \;\Rightarrow\; e^{t_1 x} = e^{t_2 x}$$

$$\Rightarrow\; t_1 x = t_2 x \;\Rightarrow\; x(t_1 - t_2) = 0 \;\Rightarrow\; x = 0 \;\Rightarrow\; P(0 \mid e-1)$$

Aufgabe 5: $f_t(x) \;=\; \dfrac{tx^3+2}{2x^2} \quad mit \quad t \in \Re$

$$t = 4 \quad und \quad Min\,bei\; x = \sqrt[3]{\frac{4}{t}} \;\Rightarrow\; x = 1$$

Aufgabe 6: $f_t(x) \;=\; \dfrac{te^x}{t+e^x} \quad mit \quad t \in \Re$

$$x = \ln(t) \;\Rightarrow\; Ortskurve\ der\ Wendepunkte: \quad y = \frac{1}{2}e^x$$

Aufgabe 7: $f_t(x) \;=\; x^2 - 2tx \quad mit \quad t \in \Re$

$$x = t \;\Rightarrow\; Ortskurve\ der\ Extrema: \quad y = -x^2$$

Aufgabe 8: $f_t(x) \;=\; e^x - tx \quad mit \quad t \in \Re$

$$x = \ln(t) \;\Rightarrow\; Ortskurve\ der\ Wendepunkte: \quad y = e^x(1-x)$$