Exponentialfunktionen

Gegeben sei die Funktion $f_k(x) = \frac{x^2+3x+k}{e^x} \quad mit\ k \in \Re$

a) Für welche Werte von k hat die Funktion

   (i) eine Nullstelle?

   (ii) die beiden Nullstellen x_1 = - 2 und x_2 = - 1?

   (iii) keine Nullstellen?

b) Ermitteln Sie die Extremwert**stellen** der Funktion.
(notwendige Bedingung genügt)

c) Wie lautet die Tangentengleichung in x = 1 an die Funktion.

d) Zeigen Sie, dass die Funktion für verschiedene Werte von k keine gemeinsamen Punkte besitzt.

Oh je, da kommt nun noch eine zweite Funktion:

$$g_k(x) = \frac{k}{e^x} \quad mit\ k \in \Re$$

e) Ermitteln Sie die Schnitt**punkte** zwischen $g_k(x)$ und $f_k(x)$.

f) Berechnen Sie die Fläche der Funktion $g_k(x)$ mit der x-Achse für $x \geq 0$

Ortskurven und Schnittpunkte

Gegeben sei die Funktion $f_k(x) = \frac{k-e^{2x}}{e^x} \quad mit\ k \in \Re$

a) Ermitteln Sie die Extremwertstellen der Funktion.

b) Für welche Werte $k \in \Re$ besitzt die Funktion Extremwerte?

c) Ermitteln Sie nun die Ortskurve der Extremwerte.

d) Wo liegen die Wendepunkte der Funktion?

e) Prüfen Sie, ob die Funktion für verschiedene Werte von k Schnittpunkte besitzt und berechnen Sie gegebenenfalls die Koordinatenwerte.

f) Wie ist das Grenzwertverhalten an den Rändern des Definitionsbereichs?

g) Bestimmen Sie nun noch eine Stammfunktion zu $f_k(x)$.

Ortskurven und Schnittpunkte

<u>Teil I:</u>

Gegeben sei die Funktion $f_k(x) = \frac{e^x}{k - e^{2x}}$ $mit\ k \in \Re$

a) Zeigen Sie, dass die Stellen der Extrema bei $x = \ln\sqrt{-k}$ liegen.
Anmerkung: notwendige Bedingung genügt!!!

b) Für welche Werte $k \in \Re$ besitzt die Funktion Extremwerte?

c) Ermitteln Sie nun die Ortskurve der Extremwerte.

d) Es sei die Ortskurve mit $y = -\frac{1}{2e^x}$ gegeben.
Bestimmen Sie hierzu die Extremwerte für x = 0 und für $f_k(x) = -1$

<u>Teil II:</u>

Verändern Sie die Funktion nun zu $g_k(x) = \frac{e^x}{kx - e^{2x}}$ $mit\ k \in \Re$

und prüfen Sie, ob g(x) für verschiedene Werte von k Schnittpunkte besitzt.

Ermitteln Sie gegebenenfalls die Koordinatenwerte.

Untersuchung einer nicht-rationalen Funktion

Gegeben sei die Funktion $f_k(x) = \frac{k^2x + k}{e^{kx}}$ $mit\ k > 0$

a) Definitionsbereich

b) Schnittpunkte mit den Achsen

c) Verhalten der Funktion an den Rändern des Definitionsbereichs

d) Zeigen Sie, dass die beiden ersten Ableitungen der Funktion folgende Form annehmen:

$$f_k'(x) = \frac{-k^3x}{e^{kx}} \qquad und \qquad f_k''(x) = \frac{k^4x - k^3}{e^{kx}}$$

e) Bestimmen Sie den Extremwert.

f) Ermitteln Sie den Wendepunkt (notwendige Bedingung genügt!).

g) Ortskurve der Wendepunkte