

Stetigkeit und Differenzierbarkeit

(1) Ableitungen: Gib die Steigungen für $x_0 = 1$ an!

- | | |
|---|--|
| <p>a) $f(x) = 4x^3$</p> <p>c) $f(x) = -\frac{1}{10}x^2$</p> <p>e) $f(x) = cx^3$</p> <p>g) $f(x) = ax^{2n-3}$</p> <p>i) $f(x) = \frac{kx^{2n-1}}{2n-1}$</p> <p>k) $f(x) = \sin(x)$</p> | <p>b) $f(x) = \frac{1}{5}x^5$</p> <p>d) $f(x) = 0,3x^4$</p> <p>f) $f(x) = \frac{3}{4}bx^8$</p> <p>h) $f(x) = \frac{x^n}{n}$</p> <p>j) $f(x) = x^{n+1}$</p> <p>l) $f(x) = -a \cdot \cos(x)$</p> |
|---|--|

(2) Beweise die Ableitungen mit Hilfe des Differentialquotienten:

- a) $f(x) = 1/x$ b) $f(x) = \sqrt{x}$ c) $f(x) = 4x^2$

(3) Beweise oder widerlege die Aussage:

$$f(x) = |x| \text{ ist für } x_0 = 0 \text{ differenzierbar,}$$

d.h. es existiert eine eindeutige Ableitung.

(4) Bestimme bei folgenden Kurven die Gleichungen der Tangenten und der Normalen im jeweiligen Punkt $P(x_0; y_0)$:

- a) $f(x) = x^3$ $x_0 = -1$ b) $f(x) = 1/8 x^4$ $x_0 = -2$
 c) $f(x) = -0,4 x^2$ $x_0 = 2$

(5) In welchen Punkten haben die Funktionen mit den Gleichungen
 $f(x) = x^3$ und $g(x) = 1/2 x^4$
 die Steigungen 1 und 2 ?

(6) Warum hat $y = x^3$ nie eine negative Steigung?

(7) Welche Besonderheit besitzt die Steigung einer Gerade allgemein?
 Welche Konsequenzen ergeben sich daraus für die Ableitung?
 Welche Steigung besitzen die 1. und die 2. Winkelhalbierende?

(8) Lege an die Kurve mit der Gleichung $y = 1/8 x^3$ Tangenten parallel zur Geraden $g(x) = 1,5x$.

Die Tangenten treffen die Kurve außer im Berührungspunkt noch in jeweils einem anderen Punkt P.
 Berechnen sie diesen!

Welches ist der geringste Abstand zwischen der Kurve und der Geraden?

(9) Bestimme die Tangente zur Funktion $f(x) = 2x^3 - 1$, die parallel zur Geraden $g(x) = 2x - 7$ verläuft.

(10) Wie lautet die Tangentengleichung, wenn folgende beiden Angaben gemacht werden:

(i) $f(x) = x^2 - 1$

(ii) Normalengleichung: $n(x) = 7/2 - x/4$

Wieviele Tangenten existieren eigentlich?

Wie groß ist der Neigungswinkel der gesuchten Tangente?

(11) Wie groß ist der geringste Abstand zwischen

a) den beiden Geraden $g(x) = 2x - 4$ und $h(x) = 6x + 1$?

b) der Parabel $f(x) = (x - 2)^2$ und der Geraden $g(x) = 3x - 10$?

c) den beiden Geraden $g(x) = 4x - 3$ und $h(x) = 4x + 4$?