Arbeitsblatt: Klammerterme und Binomische Formeln

Grundidee beim Ausmultiplizieren:
Man multipliziert zwei Klammern mit mehreren Gliedern miteinander, indem man jedes Glied der ersten Klammer mit jedem Glied der zweiten multipliziert und die gleichartigen Teilprodukte zusammenfasst.
Sind drei oder mehr Klammern miteinander zu multiplizieren, so geht man schrittweise vor: zuerst die ersten beiden, dann das Ergebnis mit der dritten, danach ...

Mittels eines Beispiels sollen drei Rechenverfahren in Erinnerung gerufen werden:

$$(x-2) * (2x+3) = ???$$

❶ Distributivgesetz: Die Glieder der ersten Klammer werden aufgeteilt und mit der zweiten Klammer multipliziert

$$(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{2}) * (2x + 3) = \boldsymbol{x}\,(2x + 3) - \boldsymbol{2}\,(2x + 3) = 2x^2 + 3x - 4x - 6 = 2x^2 - x - 6$$

❷ Tabellarische Anordnung:

Die Glieder der **ersten** Klammer werden **vertikal**, die der *zweiten* Klammer *horizontal*

danach werden in jedem Kästchen die Teilprodukte gebildet und abschließend zusammengefaßt

*	*2x*	*3*
x	**x** * *2x*	**x** * *3*
-2	**-2** * *2x*	**-2** * *3*

*	*2x*	*3*
x	$2x^2$	3x
-2	-4x	-6

$$= 2x^2 - x - 6$$

Anmerkung: *Wenn die Klammern mehr als zwei Glieder besitzen, können die obigen Verfahren natürlich ebenfalls verwendet werden.*

❸ Sonderfall: In manchen Fällen sind die Klammerterme identisch. Dafür hat man in der Mathematik eine besondere Bezeichnung eingeführt:
Die **Binome** oder **binomischen Formeln**.

Aus der Mittelstufe sollten Sie drei binomischen Formeln kennen, denn sie erleichtern das Rechnen:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Selbstverständlich können Sie nach wie vor auch die oben angeführten Rechentechniken heranziehen, aber da wir hier auf dem Wirtschaftsgymnasium nach dem *ökonomischen Prinzip* handeln, *sollte ein Ziel mit möglichst geringem Mitteleinsatz erreicht werden*.

Übungsblatt: Klammerterme und Binomische Formeln

❶ Multiplizieren Sie die Klammerterme aus und fassen Sie die Teilprodukte zusammen:

a) $(a + 3)(a + 5)$ b) $(x - 7)(x + 10)$ c) $(y - 100)(y + 100)$

d) $(5x - 3y)(x - y)$ e) $(9x - 2a)(4x - 3a)$ f) $(7r - 4v)(10v - 3r)$

g) $(1\frac{2}{3}a - 0{,}5b)(\frac{1}{2}b - \frac{2}{5}a)$ h) $(0{,}8a - \frac{4}{5}x)(2\frac{3}{4}x + 0{,}2a)$

i) $(9x - 2y)(3x - 4y + 10z)$ j) $(36a - 18b + 2c)(a - 1)$

k) $(a + 2b^2 + 3c^3)(a - b - c)$ l) $(-5a - 3b + 4c)(2a - \frac{1}{5}b + c)$

❷ Ein Quadrat mit der Kantenlänge a soll durch Veränderung der Kantenlängen in ein Rechteck umgewandelt werden.

a) Wie verändert sich der Flächeninhalt, wenn eine Seite um x cm verlängert und die andere Seite um y cm verkürzt wird?

b) Wie verändert sich der Flächeninhalt, wenn eine Seite um x cm verlängert und die andere Seite um x cm verkürzt wird?

❸ a) Wie unterscheidet sich das Volumen eines Würfels mit der Kantenlänge a von dem eines Quaders, dessen 1. Kante um x, dessen 2. Kante um y und dessen 3. Kante um z Längeneinheiten länger sind als a?

b) Man berechne den Volumenunterschied für x = 4, y = 5 und z = 6.

c) Wie groß ist die Volumendifferenz, wenn a = 10 cm beträgt (x, y, z wie oben)?

❹ Arbeiten Sie mit den binomischen Formeln:

a) $(a + 4)^2$ b) $(\frac{1}{2}b + 5)^2$ c) $(c - 6)^2$

d) $(\frac{1}{3}d + \frac{1}{2})^2$ e) $(2e - \frac{1}{4})^2$ f) $(a - \frac{1}{2})(a + \frac{1}{2})$

g) $(-\frac{1}{8}c - \frac{1}{4})(\frac{1}{8}c + \frac{1}{4})$ h) $(d^2 + 2)(-d^2 - 4)$ i) $(\frac{1}{2}e - 1)(\frac{1}{4}e + \frac{1}{3})$

❺ Jetzt umgekehrt: Finden Sie den Klammerausdruck

a) $x^2 + 2x + 1$ b) $4a^2 - 2ab + ¼$ c) $^1/_{64}\,t^2 - {}^4/_9\,s^2$

d) $32x^2 - 32x + 8$ e) $^4/_9\,a^2 - ab + {}^9/_{16}\,b^2$ f) $4x^2 - 9y^4$

g) $50x^8 - 200\,z^{10}$ h) $^1/_{16}\,x^{10} - {}^{100}/_{2500}\,y^{20}$ i) $x - 2\sqrt{x}\,y + y^2$