Musterlösung **11. Jgst.** **2. Test** **Datum: 16.11.2009**

Klasse: HBF **Fach: Mathematik**

Themen: (Bi)Quadr. Gleichungen; Hornerschema

1.) Lösen Sie folgende quadratischen Gleichungen

a) $\frac{1}{4}x^2 - x - 8 \quad = \quad 0$

Lösung: $x_{1/2} \quad = \quad \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{0{,}5} \quad = \quad \frac{1 \pm 3}{0{,}5} \quad \Rightarrow \quad x_1 = 8 \quad \wedge \quad x_2 = -4$

b) $(4x-8)(1-2x) \quad = \quad 0$

Lösung: $4x - 8 \quad = \quad 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 2 \quad \wedge \quad 1-2x \quad = \quad 0 \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{1}{2}$

c) $3x^2 - 27x + 74 \quad = \quad 20$

Lösung:

$$3\left(x^2 - 9x + 18\right) \quad = \quad 0$$

$$x_{1/2} \quad = \quad \frac{9 \pm \sqrt{81-72}}{2} \quad = \quad \frac{9 \pm 3}{2} \quad \Rightarrow \quad x_1 = 6 \quad \wedge \quad x_2 = 3$$

d) $\frac{1}{2}(x+8)^2 \quad = \quad 32$

Lösung:

$$(x+8)^2 \quad = \quad 64 \quad \xrightarrow{\sqrt{}} \quad |x+8| \quad = \quad 8 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 0 \quad \wedge \quad x_2 = -16$$

2.) Lösen Sie folgende biquadratischen Gleichungen

a) $x^4 - 20x^2 + 64 \quad = \quad 0$

Lösung:

$$x^4 - 20x^2 + 64 \quad = \quad 0 \quad \xrightarrow{x^2 = u} \quad u^2 - 20u + 64 \quad = \quad 0$$

$$u_{1/2} \quad = \quad \frac{20 \pm \sqrt{400-256}}{2} \quad = \quad \frac{20 \pm 12}{2} \quad \Rightarrow \quad u_1 = 16 \quad \wedge \quad u_2 = 4$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = 4 \quad \wedge \quad x_2 = -4 \quad und \quad x_3 = 2 \quad \wedge \quad x_4 = -2$$

b) $$\frac{1}{2}x^4 - x^2 - 4 \quad = \quad 0$$

Lösung:

$$\frac{1}{2}x^4 - x^2 - 4 \quad = \quad 0 \quad \xrightarrow{x^2=u} \quad \frac{1}{2}u^2 - u - 4 \quad = \quad 0$$

$$u_{1/2} \quad = \quad \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{1} \quad = \quad 1 \pm 3 \quad \Rightarrow \quad u_1 = 4 \quad \wedge \quad u_2 = -2$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = 2 \quad \wedge \quad x_2 = -2$$

3.) Ganzrationale Funktionen höheren Grades I

Gegeben ist die Funktionen g(x) mit der Funktionsgleichung

$$g(x) \quad = \quad -x^5 + 2x^4 - 3x^2 + 4x - 5$$

a) Berechnen Sie bei von den x-Werten x = 2 und x = -1 die Funktionswerte nach dem Horner-Schema.

Lösung:

	x5	x4	x3	x2	x1	x0
f(x) =	-1,00	2,00	0,00	-3,00	4,00	-5,00

x0	a(5)	a(4)	a(3)	a(2)	a(1)	a(0)	
	-1,00	2,00	0,00	-3,00	4,00	-5,00	
2		-2,00	0,00	0,00	-6,00	-4,00	
	-1,00	0,00	0,00	-3,00	-2,00	-9,00	f(x0)

	x5	x4	x3	x2	x1	x0
f(x) =	-1,00	2,00	0,00	-3,00	4,00	-5,00

x0	a(5)	a(4)	a(3)	a(2)	a(1)	a(0)	
	-1,00	2,00	0,00	-3,00	4,00	-5,00	
-1		1,00	-3,00	3,00	0,00	-4,00	
	-1,00	3,00	-3,00	0,00	4,00	-9,00	f(x0)

b) Bestimmen Sie die Koeffizienten und den jeweiligen Grad der Funktion.

Lösung: $a_5 = -1; \quad a_4 = 2; \quad a_3 = 0; \quad a_2 = -3; \quad a_1 = 4; \quad a_0 = -5$

Grad: n = 5

4.) Ganzrationale Funktionen höheren Grades II

Gegeben ist die Funktionen f(x) mit der Funktionsgleichung

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$$

a) Berechnen Sie bei von den x-Werten x = 3 und x = 1 die Funktionswerte nach dem Horner-Schema.

Lösung:

f(x) =	1,00 x³	-3,00 x²	-6,00 x	8,00

x0	a(3)	a(2)	a(1)	a(0)	
	1,00	-3,00	-6,00	8,00	
3		3,00	0,00	-18,000	
	1,00	0,00	-6,00	-10,000	f(x0)

x0	a(3)	a(2)	a(1)	a(0)	
	1,00	-3,00	-6,00	8,00	
1		1,00	-2,00	-8,00	
	1,00	-2,00	-8,00	0,000	f(x0)

b) Bestimmen Sie die Koeffizienten und den jeweiligen Grad der Funktion.

Lösung: $a_3 = 1; \quad a_2 = -3; \quad a_1 = -6; \quad a_0 = 8$ und Grad: n = 3

c) Wie lauten die Nullstellen **und** der Schnittpunkt mit der y-Achse bei der Funktion f(x)?

Lösung: 1. Nullstelle bei x = 1 (vgl. Teilaufgabe a)

$$\xrightarrow{\text{Restkoeffizienten Horner-Schema}} x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$x_{2/3} = \frac{2 \pm \sqrt{4+32}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2} \Rightarrow x_2 = 4 \wedge x_3 = -2$$

Schnittpunkt mit der y-Achse: $S_y(0 \mid 8)$