Musterlösung **11. Jgst.** **1. Klassenarbeit** **Datum: 30.11.2009**

Klasse: HBF **Fach: Mathematik**

Themen: **Lineare Funktionen; Ganzrat. Fkt.; Horner-Schema**

1.) Nullstellen und Faktordarstellung ganzrationaler Funktionen

Berechnen Sie die Nullstellen folgender Funktionen.

a) $f(x) = x\left(x^2-1\right)$

Lösung: $x = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \;\wedge\; x^2-1 = 0 \Rightarrow x_2 = 1 \;\wedge\; x_3 = -1$

b) $f(x) = (2x+6)^2\left(4x^3-32\right)$

Lösung:

$(2x+6)^2 \Rightarrow x_1 = -3\,[doppelt] \;\wedge\; 4x^3-32 = 0 \Rightarrow x_2 = 2$

c) $f(x) = 2x^4-7x^3-14x^2-5x$

Lösung: $f(x) = 2x^4-7x^3-14x^2-5x = x\left(2x^3-7x^2-14x-5\right)$

Horner-Schema:

f(x) =	2,00 x³	-7,00 x²	-14,00 x	-5,00

x0	a(3)	a(2)	a(1)	a(0)	
	2,00	-7,00	-14,00	-5,00	
-1		-2,00	9,00	5,000	
	2,00	-9,00	-5,00	0,000	f(x0)

Restpolynom:

$r(x) = 2x^2-9x-5 = 0$

$\Rightarrow x_{3/4} = \frac{9 \pm \sqrt{81+40}}{4} = \frac{9 \pm 11}{4} \Rightarrow x_3 = 5 \;\; und \;\; x_4 = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow x_1 = 0 \;\; und \;\; x_2 = -1 \;\; und \;\; x_3 = 5 \;\; und \;\; x_4 = -\frac{1}{2}$

d) $f(x) = x^4 - x^2 - 12$

Lösung:

$$x^4 - x^2 - 12 = 0 \xrightarrow{x^2 = u} u^2 - u - 12 = 0$$

$$u_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2} \Rightarrow u_1 = 4 \wedge u_2 = -3$$

$$\Rightarrow x_1 = 2 \wedge x_2 = -2$$

2.) Ganzrationale Funktionen höheren Grades

Gegeben ist die Funktionen g(x) mit der Funktionsgleichung

$$g(x) = -2x^6 - x^4 + 4x^3 - 2x + 6$$

a) Bestimmen Sie die Koeffizienten und den Grad der Funktion.

Lösung:

$$a_6 = -2; \quad a_5 = 0; \quad a_4 = -1; \quad a_3 = 4; \quad a_2 = 0; \quad a_1 = -2; \quad a_0 = 6$$

Grad: n = 6

b) Treffen Sie eine Aussage über die Anzahl der möglichen Nullstellen dieser Funktion und begründen Sie.

Lösung: Die Funktion hat wegen des Grades n = 6 höchstens sechs Nullstellen; sie könnte aber auch wegen des geraden Grades keine Nullstelle haben.

3.) Erstellen ganzrationaler Funktionen

Bilden Sie die ganzrationalen Funktionsgleichungen aus den Angaben:

a) Grad: n = 6; Nullstellen: -3; 2; 4; keine weiteren Nullstellen

Lösung:

$$f(x) = (x+3)^a (x-2)^b (x-4)^c \quad mit\ a+b+c=6$$

$$oder \quad f(x) = (x+3)^a (x-2)^b (x-4)^c (x^2+d) \quad mit\ d>0\ und\ a+b+c=4$$

b) Koeffizienten: $a_4 = a_0 = -3$; $a_3 = 1$; $a_2 = 2$; $a_1 = 5$;

Lösung: $f(x) = -3x^4 + x^3 + 2x^2 + 5x - 3$

c) Grad: n = 4; Nullstellen: -2; 0; 3; 5; Koeffizient: $a_4 = -3$

Lösung: $f(x) = -3x(x+2)(x-3)(x-5)$

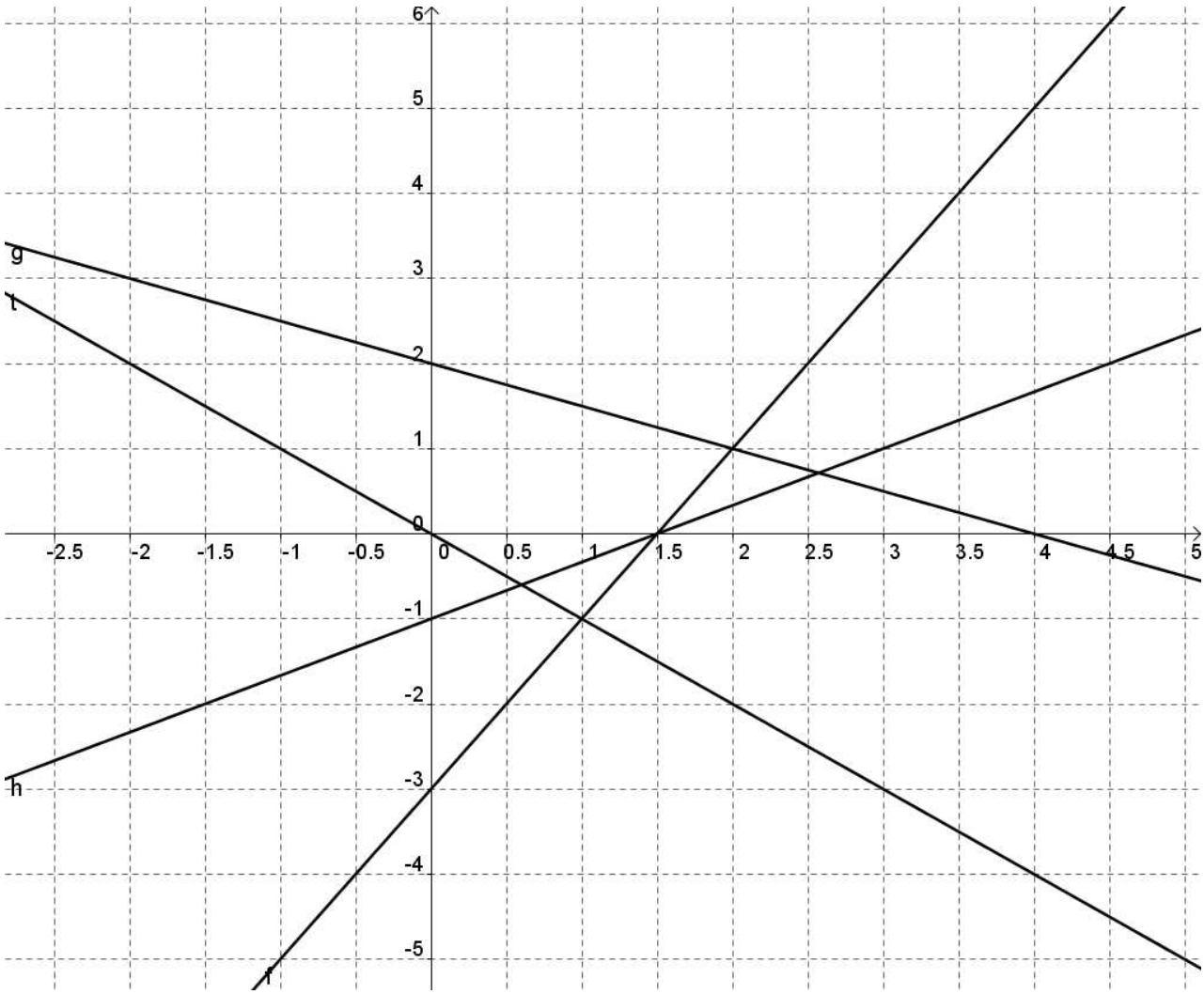
4.) Geraden

Zeichnen Sie folgende Geraden in ein Koordinatensystem:

a) $f(x) = 2x - 3$ b) $g(x) = -\frac{1}{2}x + 2$

c) $h(x) = \frac{2}{3}x - 1$ d) $t(x) = -x$

Lösung:



5.) Berechnungen mit Geraden

a) Die Gerade f(x) hat den y-Achsenabschnitt 2 und geht durch den Punkt P(1/4).
Wie lautet die Geradengleichung.

Lösung: Punkt P(1 / 4) eingesetzt: $4 = m \cdot 1 + 2 \quad \Rightarrow \quad m = 2 \quad \Rightarrow \quad f(x) = 2x + 2$

b) Eine zweite Gerade g(x) verläuft durch die Punkte S(-3/1) und T(3/4).
Wie lautet diese Geradengleichung?

Lösung:

$$m = \frac{1-4}{-3-3} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}$$

Punkt P(3 / 4) eingesetzt: $4 = \frac{1}{2} \cdot 3 + b \quad \Rightarrow \quad b = \frac{5}{2} \quad \Rightarrow \quad g(x) = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

c) Eine dritte Gerade hat die Gleichung h(x) = -3x + 2
Von zwei Punkten, die auf der Geraden liegen sollen, ist leider nur jeweils eine Koordinatenkomponente bekannt.
Berechnen Sie die fehlende Koordinate: $U\left(\frac{2}{3} \mid y\right) \quad und \quad V(x \mid -1)$

Lösung:

$$h\left(\frac{2}{3}\right) = -3 \cdot \frac{2}{3} + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad U\left(\frac{2}{3} \mid 0\right)$$

$$-1 = -3x + 2 \quad \Rightarrow \quad x = 1 \quad \Rightarrow \quad V(1 \mid -1)$$

6.) Anwendungen zu linearen Funktionen

Der Schnellimbiss MackPomm benötigt für die Friteusen täglich 17,5 kg frisches Fett. Momentan sind noch 385 kg auf Lager.

a) Stellen Sie die zugehörige Funktionsgleichung auf.

Lösung: $f(x) = -17{,}5\,x + 385$

b) Bei einem Lagerbestand von 95 kg muss der Filialleiter nachbestellen. Nach welcher Zeit muss die Bestellung erfolgen?

Lösung: $95 = -17{,}5\,x + 385 \Rightarrow x = \frac{2900}{175} \approx 16{,}57\,[Tage]$

c) Wie lange reicht das Fett, wenn man nicht nachbestellen würde?

Lösung: $0 = -17{,}5\,x + 385 \Rightarrow x = \frac{3850}{175} = 22\,[Tage]$

Zusatzaufgabe: **Lösen Sie die linearen Gleichungssysteme**

a)
$$\begin{aligned} I.)\quad & -2 + 2x = 8y \\ II.)\quad & 10 - 2x = 0 \end{aligned}$$

Lösung:

$$\left.\begin{aligned} I.)\quad & -2 + 2x = 8y \\ II.)\quad & 10 - 2x = 0 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{I+II} 8 = 8y \Rightarrow y = 1 \;\; und \;\; x = 5$$

b)
$$\begin{aligned} I.)\quad & 3x + 4y = 37 \\ II.)\quad & 4x - 2y = -2 \end{aligned}$$

Lösung:

$$\left.\begin{aligned} I.)\quad & 3x + 4y = 37 \\ II.)\quad & 4x - 2y = -2 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{I+2\cdot II} 11x = 33 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow y = 7$$