Musterlösung **12. Jgst.** **4. Test** **Datum:** **18.02.2010**

Klasse: HBF OM 08 **Fach: Mathematik**

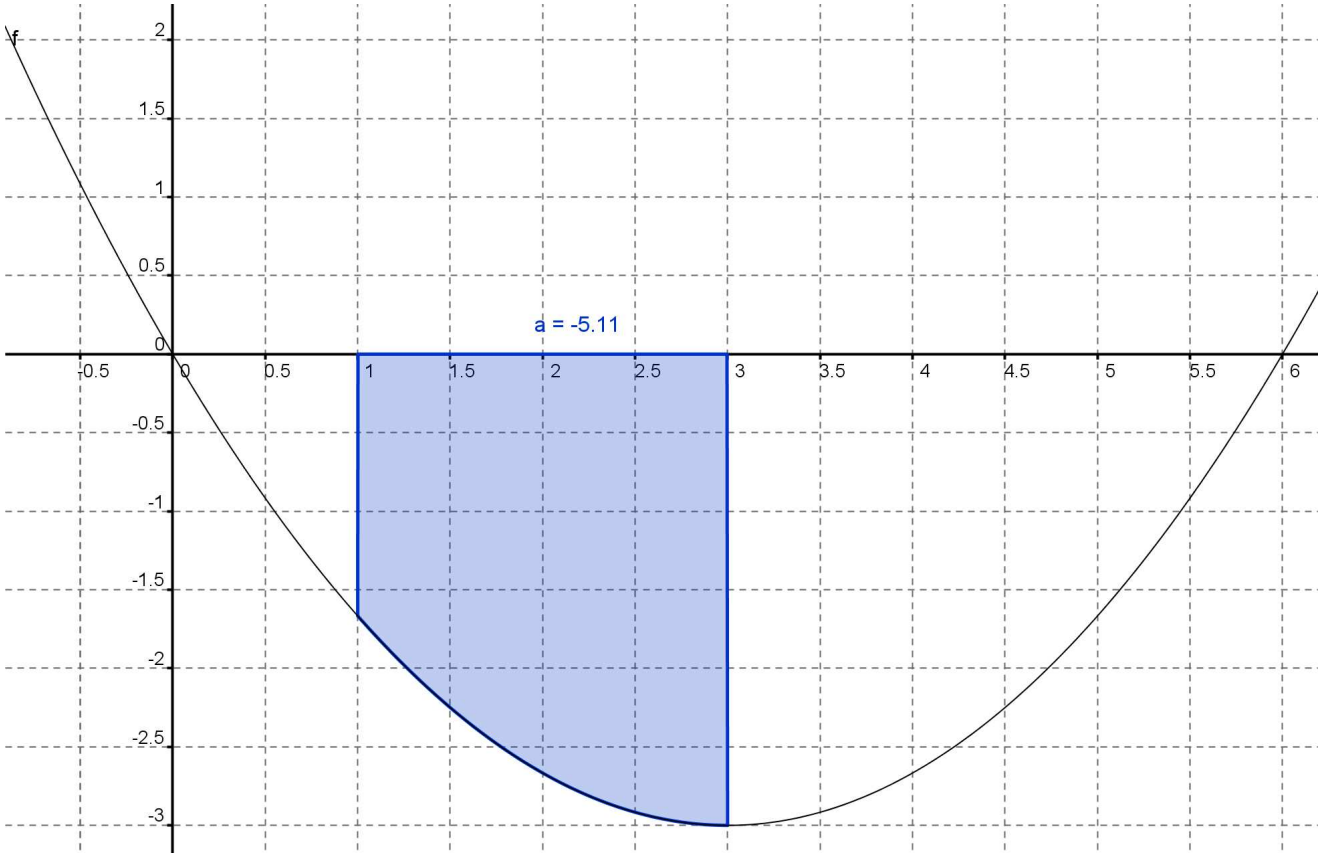
Thema: Integralrechnung: Flächen zwischen Funktionen

1.) Bestimmung Integral

Berechnen Sie das Integral: $\int_1^3 \left(\frac{1}{3}x^2 - 2x\right) dx$

Lösung:

$$\left|\int_1^3 \left(\frac{1}{3}x^2 - 2x\right) dx\right| = \left|\left[\frac{1}{9}x^3 - x^2\right]_1^3\right| = \left|(3-9) - \left(\frac{1}{9} - 1\right)\right| = 5\frac{1}{9}$$



2.) Lösungsmenge für Parameter bestimmen

Bestimmen Sie die Lösung für den Parameter: $\int_t^4 (2x-1)\,dx = 10$

=> Warum erhalten Sie für **t** zwei Ergebnisse?

=> Welches ist korrekt oder sind beide etwa richtig?

Lösung:

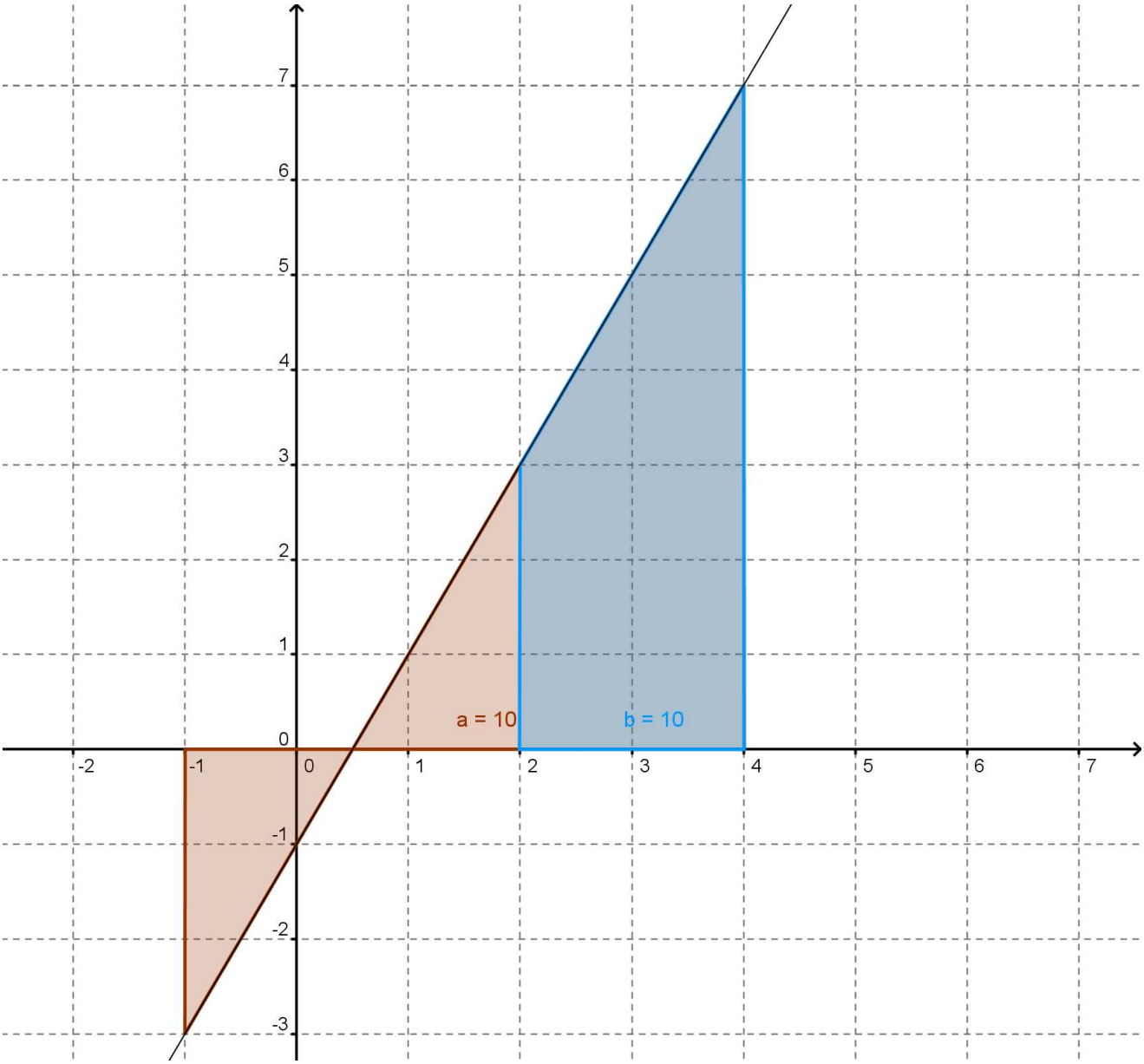
$$\int_t^4 (2x-1)\,dx = 10 \quad \Rightarrow \quad \left[x^2 - x\right]_t^4 = 10$$

$$\Rightarrow \quad 16 - 4 - \left(t^2 - t\right) = 10 \quad \Rightarrow \quad 12 - t^2 + t = 10$$

$$\xrightarrow{-10} \quad -t^2 + t + 2 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{Lösungsformel}} \quad t_1 = -1 \quad \text{und} \quad t_2 = 2$$

Beide Lösungen für **t** sind korrekt, da einmal der orientierte Flächeninhalt und einmal die Gesamtfläche mit Verrechnung der Teilfläche unterhalb und oberhalb der x-Achse ermittelt wird.



3.) Flächen zwischen Funktionen

Welche Fläche schließen die beiden Funktionen f(x) und g(x) miteinander ein?

$$f(x) = x^3 - 2x \qquad g(x) = x\left(\frac{1}{4}x - 2\right)$$

Lösung:

Schnittstellen berechnen:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow x^3 - 2x = 0,25x^2 - 2x \Rightarrow x^2\left(x - 0,25\right) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0 \quad und \quad x_2 = 0,25$$

Fläche ermitteln:

$$\left|\int_0^{0,25}\left(x^3 - \frac{1}{4}x^2\right)dx\right| = \left|\left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{12}x^3\right]_0^{0,25}\right| = \left|\frac{1}{1.024} - \frac{1}{768} - 0\right| = 0,00032552$$

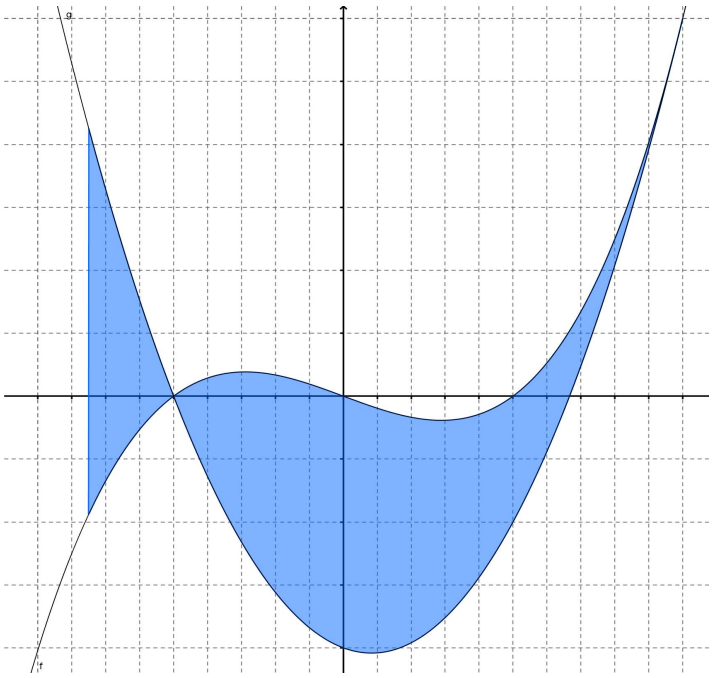
4.) Flächenberechnung II

Berechnen Sie die gefärbte Fläche:

$$f(x) = x^3 - x \quad und$$

$$g(x) = 3x^2 - x - 4$$

$$I = \left[-1,5\,;\,2\right]$$



Lösung:

Schnittstellen berechnen:

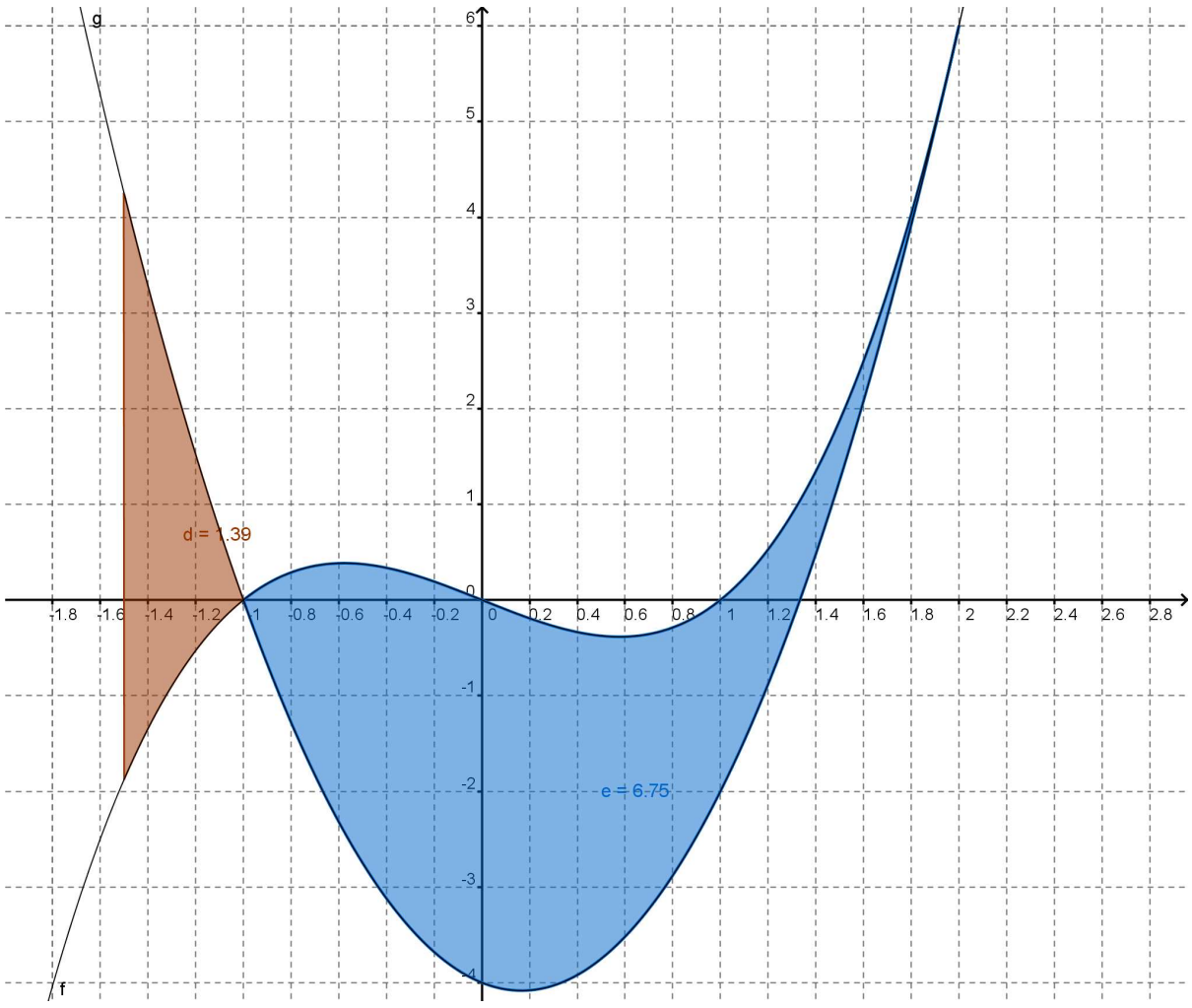
$$f(x)=g(x) \quad \Rightarrow \quad x^3-x=3x^2-x-4 \quad \Rightarrow \quad x^3-3x^2+4=0$$

$$\xrightarrow{Polynomdivision\,/\,Horner-Schema} \quad x_1=-1 \quad und \quad x_2=2$$

Fläche ermitteln:

$$\left|\int_{-1,5}^{-1}(x^3-3x^2+4)\,dx\right|+\int_{-1}^{2}(x^3-3x^2+4)\,dx$$

$$= \left|\left[\frac{1}{4}x^4-x^3+4x\right]_{-1,5}^{-1}\right|+\left[\frac{1}{4}x^4-x^3+4x\right]_{-1}^{2}$$

$$= \left|\left[\left(\frac{1}{4}+1-4\right)-\left(\frac{81}{64}+\frac{27}{8}-6\right)\right]\right|+\left[(4-8+8)-\left(\frac{1}{4}+1-4\right)\right]$$

$$= \left|-2,75+1,359\right|+(4+2,75) \quad = \quad 8,1406$$