**Musterlösung** **11. Jgst.** **1. Test** **Datum: 02.09.2008**

**Klasse: HBFFach: Mathematik**

**Themen:** **Intervalle; Zahlenmengen; Lin. & Quadr. Gleichungen; Potenzgesetze**

---

**1.) Stellen Sie folgende Mengen als Intervall dar**

a) $A = \{x \in \Re \mid x < 3\}$ $A = ]-\infty; 3[$

b) $B = \{x \in \Re \mid -2 \le x \le 4\}$ $B = [-2; 4]$

c) $C = \{x \in \Re \mid x \ge 5\}$ $C = [5; \infty[$

d) $D = \{x \in \Re \mid x < 2 \wedge x \le -3\}$ $D = ]-\infty; -3]$

e) $E = \{x \in \Re \mid x < 4 \wedge x \ge 1\}$ $E = [1; 4[$

f) $F = \{x \in \Re \mid x < 4 \wedge x > 6\}$ $F = \{\ \}$

**2.) Zahlenmengen**

a) Welcher Buchstabe steht für diese Menge der **rationalen Zahlen**?

***Lösung:*** Der Buchstabe Q

b) Erklären Sie, warum dieser Buchstabe verwendet wird.

***Lösung:*** Die Menge der Rationalen Zahlen bezeichnet alle Brüche, die dazugehörige Rechenoperation wird als Division bezeichnet;
das Ergebnis einer Division heißt **Q**uotient.
Daraus resultiert die Mengenbezeichnung.

c) Was versteht man unter irrationalen Zahlen?

***Lösung:*** Irrationale Zahlen sind Zahlen, die nicht als Bruch dargestellt werden können, wodurch die Menge der Reellen Zahlen begründet wird;
Beispiele: $\sqrt{2}$ ; $\pi$

**3.) Lösen Sie die linearen Gleichungssysteme**

a)
$$\begin{aligned} I.) \quad -2+2x &= 5y \\ II.) \quad -28-2x &= 0 \end{aligned}$$

***Lösung:***

$$\left.\begin{aligned} I.) \quad -2+2x &= 5y \\ II.) \quad -28-2x &= 0 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{I+II} -30 = 5y$$

$$\Rightarrow \quad -6 = y \quad \Rightarrow \quad -14 = x$$

b)
$$\begin{aligned} I.) \quad 24x &= -8-28y \\ II.) \quad 4x-10 &= -4y \end{aligned}$$

***Lösung:***

$$\left.\begin{aligned} I.) \quad 24x &= -8-28y \\ II.) \quad 4x-10 &= -4y \end{aligned}\right\} \xrightarrow{I-6\cdot II} 60 = -8-4y$$

$$\Rightarrow \quad -17 = y \quad \Rightarrow \quad 19,5 = x$$

c)
$$\begin{aligned} I.) \quad -3-6x &= -6y \\ II.) \quad -2x &= -17-3y \end{aligned}$$

***Lösung:***

$$\left.\begin{aligned} I.) \quad -3-6x &= -6y \\ II.) \quad -2x &= -17-3y \end{aligned}\right\} \xrightarrow{I-3\cdot II} -3 = 51+3y$$

$$\Rightarrow \quad -18 = y \quad \Rightarrow \quad -18,5 = x$$

d)
$$\begin{aligned} I.) \quad -8,5+2z-y &= -4x \\ II.) \quad x-16 &= 0 \\ III.) \quad y+12,5 &= 2x \end{aligned}$$

***Lösung:***

$$\left.\begin{aligned} I.) \quad -8,5+2z-y &= -4x \\ II.) \quad x-16 &= 0 \\ III.) \quad y+12,5 &= 2x \end{aligned}\right\} \xrightarrow{II} x = 16 \xrightarrow{III} y = 19,5$$

$$\Rightarrow \quad z = -2x+\frac{1}{2}y+4,25 \quad \Rightarrow \quad z = -18$$

**4.) Potenzgesetze**

a) $\left[\left(2^2\right)^3\right]^2$

***Lösung:*** $\left[\left(2^2\right)^3\right]^2 = 2^{2\cdot 3\cdot 2} = 2^{12} = 4.096$

b) $\dfrac{x^{2n+1}\cdot x^{2n-3}}{x^{3n-2}}$

***Lösung:*** $\dfrac{x^{2n+1}\cdot x^{2n-3}}{x^{3n-2}} = x^{2n+1+2n-3-(3n-2)} = x^n$

c) $\left[\dfrac{\left(x^{2n+1}\right)^3\cdot x^{-2n+4}}{x^{3n-2}}\right]^2$

***Lösung:***

$$\left[\frac{\left(x^{2n+1}\right)^3\cdot x^{-2n+4}}{x^{3n-2}}\right]^2 = \frac{\left(x^{2n+1}\right)^6\cdot x^{-4n+8}}{x^{6n-4}}$$

$$= \frac{x^{12n+6}\cdot x^{-4n+8}}{x^{6n-4}} = x^{12n+6-4n+8-(6n-4)} = x^{2n+18}$$

d) $\left(a^{m^2}\right)^3-\left(a^{3m}\right)^m$

***Lösung:*** $= a^{3\cdot m^2}-a^{3m\cdot m} = a^{3m^2}-a^{3m^2} = 0$

e) Erklären Sie, warum der Ausdruck $(-x)^{2n+1}$ für x > 0 immer eine negative Zahl darstellen wird.

***Lösung:*** $(-x)^{2n+1} = (-1)^{2n+1} \cdot x^{2n+1} = -x^{2n+1} < 0$

2n+1 ist immer eine ungerade Zahl, daher bleibt das negative Vorzeichen.

## 5.) Quadratische Gleichungen

a) $x^2 + x - 12 = 0$

***Lösung:*** $x_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} \Rightarrow x_1 = 3 \vee x_2 = -4$

b) $2x^2 - 8x + 6 = 0$

***Lösung:***

$$x_{1/2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 2 \cdot 6}}{4} = \frac{8 \pm \sqrt{64-48}}{4} = \frac{8 \pm 4}{4} \Rightarrow x_1 = 3 \vee x_2 = 1$$