Musterlösung **11. Jgst.** **1. Klassenarbeit** **Datum: 10.09.2008**

Klasse: HBF **Fach: Mathematik**

Themen: Intervalle; Zahlenmengen; Lin. & Quadr. Gleichungen; Potenzgesetze

---

1.) Stellen Sie folgende Mengen als Intervall dar

a) $A = \{x \in \Re \mid x < 3 \wedge x \geq -5\}$ $A = [-5;3[$

b) $B = \{x \in \Re \mid 2 \leq x\}$ $B = [2;\infty[$

c) $C = \{x \in \Re \mid x < -3\}$ $C =]-\infty;-3[$

d) $D = \{x \in \Re \mid x < 1 \wedge x \geq 3\}$ $D = \{\ \}$

e) $E = \{x \in \Re \mid x < 6 \wedge x \geq 0\}$ $E = [0;6[$

f) $F = \{x \in \Re \mid x < -2 \wedge x \leq -4\}$ $F =]-\infty;-4]$

g) $G = \{x \in \Re \mid x^2 \leq 9\}$ $G = [-3;3]$

2.) Stellen Sie folgende Intervalle als Mengen dar

a) $A = [2;7]$ $A = \{x \in \Re \mid 2 \leq x \leq 7\}$

b) $B =]3;8]$ $B = \{x \in \Re \mid 3 < x \leq 8\}$

c) $C =]-1;9[$ $C = \{x \in \Re \mid -1 < x < 9\}$

d) $D =]-\infty;7[$ $D = \{x \in \Re \mid x < 7\}$

e) $E = [-4;\infty[$ $A = \{x \in \Re \mid -4 \leq x\}$

3.) Mengen

In Kleindorf mit 1.000 Haushalten gibt es zwei Tageszeitungen. Das Abend- und das Morgenblatt. 600 Haushalte haben das Abendblatt abonniert, 300 Haushalte das Morgenblatt.

Von 200 Haushalten ist bekannt, dass sie keine Zeitung beziehen.

Wie viele Haushalte haben beide Zeitungen?

Lösung:

600 + 300 + 200 = 1.100 => 100 Haushalte haben beide Zeitungen

4.) Lösen Sie die linearen Gleichungssysteme

a)
$$\begin{aligned} I.)\quad & -2+2x = 8y \\ II.)\quad & 10-2x = 0 \end{aligned}$$

Lösung:

$$\left.\begin{aligned} I.)\quad & -2+2x = 8y \\ II.)\quad & 10-2x = 0 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{I+II} 8 = 8y \Rightarrow y = 1 \text{ und } x = 5$$

b)
$$\begin{aligned} I.)\quad & 3x+4y = 37 \\ II.)\quad & 4x-2y = -2 \end{aligned}$$

Lösung:

$$\left.\begin{aligned} I.)\quad & 3x+4y = 37 \\ II.)\quad & 4x-2y = -2 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{I+2\cdot II} 11x = 33 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow y = 7$$

c)
$$\begin{aligned} I.)\quad & 2x = 3y-2 \\ II.)\quad & 15x = 5y-1 \end{aligned}$$

Lösung:

$$\left.\begin{aligned} I.)\quad & 2x = 3y-2 \\ II.)\quad & 15x = 5y-1 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{15\cdot I-2\cdot II} 35y = 28 \Rightarrow y = \frac{4}{5} \Rightarrow x = \frac{1}{5}$$

d)
$$\begin{aligned} I.)\quad & 4x+3y = 0 \\ II.)\quad & -x+5y = -23a \end{aligned}$$

Lösung:

$$\left.\begin{aligned} I.)\quad & 4x+3y = 0 \\ II.)\quad & -x+5y = -23a \end{aligned}\right\} \xrightarrow{I+4\cdot II} 23y = -92a \Rightarrow y = -4a \Rightarrow x = 3a$$

e)
$$\begin{aligned} I.)\quad & x+y = 30 \\ II.)\quad & y+z = 15 \\ III.)\quad & x+z = 5 \end{aligned}$$

Lösung:

$$\left.\begin{array}{lrcl} I.) & x+y & = & 30 \\ II.) & y+z & = & 15 \\ III.) & x+z & = & 5 \end{array}\right\} \xrightarrow{II-III} \left.\begin{array}{lrcl} I.) & x+y & = & 30 \\ II.) & y-x & = & 10 \end{array}\right\} \xrightarrow{I+II}$$

$$y = 20 \Rightarrow x = 10 \Rightarrow z = -5$$

f)
$$\begin{array}{lrcl} I.) & x-y-1 & = & -2z \\ II.) & 3y+4 & = & 16 \\ III.) & -5x+2y & = & 23 \end{array}$$

Lösung:

$$\left.\begin{array}{lrcl} I.) & x-y-1 & = & -2z \\ II.) & 3y+4 & = & 16 \\ III.) & -5x+2y & = & 23 \end{array}\right\} \xrightarrow{II} y = 4 \xrightarrow{III} x = -3$$

$$\Rightarrow -2z = x-y-1 \Rightarrow z = 4$$

5.) Potenzgesetze I

Kreuzen Sie in der Tabelle an, welche Terme übereinstimmen.

	a^n	$\frac{a^k}{a^n}$	$a^k \cdot a^n$	$\left(a^n\right)^k$	$\frac{a^n}{a^k}$	Keine Zuordnung
$\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n-Faktoren}$	X					
$\left(a^k\right)^n$				X		
$a^{n \cdot k}$				X		
a^{n+k}			X			
a^{n-k}					X	
$\frac{1}{a^{n-k}}$		X				
$1:\frac{a^k}{a^n}$					X	

6.) Potenzgesetze II

a) $(-a)^{4n} \cdot a^{3n-1} \cdot a^{-2n+4}$

Lösung: $(-a)^{4n} \cdot a^{3n-1} \cdot a^{-2n+4} = (-1)^{4n} a^{4n+3n-1-2n+4} = a^{5n+3}$

b) $\dfrac{a^{2n-1} \cdot 5}{10 \cdot a^{n+2}}$

Lösung: $\dfrac{a^{2n-1} \cdot 5}{10 \cdot a^{n+2}} = \dfrac{1}{2} a^{2n-1-(n+2)} = \dfrac{1}{2} a^{n-3}$

c) $\left(a^{m^2}\right)^{30} - \left(a^{\frac{3}{2}m}\right)^{20m}$

Lösung:

$\left(a^{m^2}\right)^{30} - \left(a^{\frac{3}{2}m}\right)^{20m} = a^{30m^2} - a^{\frac{3}{2}m \cdot 20m} = a^{30m^2} - a^{30m^2} = 0$

d) $\dfrac{12x^{5n+2} \cdot 5x^{3n-2} \cdot x^{-2n+3}}{180x^{4n-1}}$

Lösung: $= \dfrac{60}{180} x^{5n+2+3n-2-2n+3-(4n-1)} = \dfrac{1}{3} x^{2n+4}$

e) $\left[\dfrac{\left(x^{-2n+1}\right)^2 \cdot x^{5n+3}}{x^{4n-1}}\right]^3$

Lösung:

$$= \frac{\left(x^{-2n+1}\right)^6 \cdot x^{15n+9}}{x^{12n-3}} = x^{-12n+6+15n+9-(12n-3)} = x^{-9n+18}$$

f) Erklären Sie, warum der Ausdruck x^{2n+1} für **x < 0** immer eine negative Zahl darstellen wird.

Lösung: Da die Basis negativ ist und die Hochzahl ungerade, ist das Ergebnis immer negativ. Die Hochzahl ist ungerade, da der Term 2n immer eine gerade Zahl darstellt; wenn nun 1 addiert wird, bekommt man immer eine ungerade Zahl als Exponent heraus.

7.) Quadratische Gleichungen

a) $x^2 - 2x - 15 = 0$

Lösung: $x_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+60}}{2} = \frac{2 \pm 8}{2} \Rightarrow x_1 = 5 \wedge x_2 = -3$

b) $4x^2 + 4x - 3 = 0$

Lösung: $x_{1/2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16+48}}{8} = \frac{-4 \pm 8}{8} \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} \wedge x_2 = -\frac{3}{2}$

c) $-0,5x^2 + 5x - 4,5 = 0$

Lösung: $x_{1/2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25-9}}{-1} = \frac{-5 \pm 4}{-1} \Rightarrow x_1 = 1 \wedge x_2 = 9$

d) $\frac{1}{8}(x+8)^2 = 8$

Lösung: $\frac{1}{8}(x+8)^2 = 8 \xrightarrow{\cdot 8} (x+8)^2 = 64 \xrightarrow{\sqrt{\ }} x+8 = \pm 8$

$\Rightarrow x_1 = 0 \wedge x_2 = -16$

e) $(2x-4)(3-x) = 0$

Lösung: $(2x-4)(3-x) = 0 \xrightarrow[\text{Nullprodukt}]{\text{Satz vom}} x_1 = 2 \wedge x_2 = 3$

f) $(x-2)^2 - \frac{1}{3}(3-x)^2 = 1$

$x^2 - 4x + 4 - \frac{1}{3}(9 - 6x + x^2) = 1 \Rightarrow \frac{2}{3}x^2 - 2x = 0$

Lösung:

$\Rightarrow \left(\frac{2}{3}x - 2\right)x = 0 \xrightarrow[\text{Nullprodukt}]{\text{Satz vom}} x_1 = 0 \wedge x_2 = 3$

8.) Ausmultiplizieren und vereinfachen so weit wie möglich

a) $\left(\frac{1}{2}x^{-2} - 3x^2\right) \cdot 4x^2$

Lösung: $\left(\frac{1}{2}x^{-2} - 3x^2\right) \cdot 4x^2 = 2 - 12x^4$

b) $\left(x^4 + x^{-3}\right)\left(x^3 + x^{-5}\right)$

Lösung:

$\left(x^4 + x^{-3}\right)\left(x^3 + x^{-5}\right) = x^{4+3} + x^{4-5} + x^{-3+3} + x^{-3-5}$

$= x^7 + x^{-1} + x^0 + x^{-8} = x^7 + \frac{1}{x} + 1 + \frac{1}{x^8}$

c) $\left(3x^n + 6x^{n-1} + 2x^{n-2}\right) \cdot x^{-n}$

Lösung:

$\left(3x^n + 6x^{n-1} + 2x^{n-2}\right) \cdot x^{-n} = 3x^{n-n} + 6x^{n-1-n} + 2x^{n-2-n}$

$= 3x^0 + 6x^{-1} + 2x^{-2} = 3 + \frac{6}{x} + \frac{2}{x^2}$

ZUSATZAUFGABE:

d) $\left(x^{n-1}+x^3\right)^2 \cdot x^{2-n}$

Lösung:

$$\left(x^{n-1}+x^3\right)^2 \cdot x^{2-n} = \left(x^{n-1}+x^3\right)\left(x^{n-1}+x^3\right) \cdot x^{2-n}$$

$$= \left(x^{2n-2}+2x^{n+2}+x^6\right) \cdot x^{2-n} = x^{2n-2+2-n}+2x^{n+2+2-n}+x^{6+2-n}$$

$$= x^n+2x^4+x^{8-n}$$