Musterlösung **11. Jgst.** **5. Test** **Datum: 30.03.2009**

Klasse: GY GS 08 c **Fach: Mathematik (Kernfach)**

Thema: Ableitung ganzrat. Funktionen; Tangentenberechnung

1.) Ableitungen

Bilden Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen:

a) $f(x) = 4x^2 - 3x + 1 \Rightarrow f'(x) = 8x - 3$

b) $f(x) = \frac{1}{3}x^6 - \frac{1}{2}x^4 + x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x^5 - 4x^3 + 2x$

c) $f(x) = 2x^{-1} - 4x^{-2} \Rightarrow f'(x) = -2x^{-2} + 8x^{-3}$

d) $f(x) = 2x^{\frac{1}{2}} - 8x^{\frac{1}{4}} \Rightarrow f'(x) = x^{-\frac{1}{2}} - 2x^{-\frac{3}{4}}$

e) $f(x) = \left(3x^2 - 2\right)^2 = 9x^4 - 12x^2 + 4 \Rightarrow f'(x) = 36x^3 - 24x$

2.) Steigungen berechnen I

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 4x & \text{für } x \leq 2 \\ -x^2 + 2x - 1 & \text{für } x > 2 \end{cases}$$

a) Wie lautet der Funktionswert an den Stellen x = 1 und x = 4?

__Lösung:__ (i) x = 1: $f(1) = 2 \cdot 1 - 4 \cdot 1 = -2$

(ii) x = 4: $f(4) = -16 + 2 \cdot 4 - 1 = -9$

b) Wie groß ist die Steigung an den Stellen x = 1 und x = 4?

__Lösung:__

(i) x = 1: $f'(x) = 6x^2 - 4 \Rightarrow f'(1) = 6 \cdot 1 - 4 = 2$

(ii) x = 4: $f'(x) = -2x + 2 \Rightarrow f'(4) = -2 \cdot 4 + 2 = -6$

3.) Steigungen berechnen II

Gegeben ist die Funktion $$f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{4}x^2$$

a) An welchen Stellen gilt: **f(x) = 0**?

Lösung:

$$f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{4}x^2 = x^2\left(-\frac{1}{6}x + \frac{1}{4}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = 0 \quad und \quad x_2 = \frac{3}{2}$$

b) An welchen Stellen gilt: **f'(x) = 0**?

Lösung:

$$f'(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x = x\left(-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = 0 \quad und \quad x_2 = 1$$

4.) Tangenten berechnen

Gegeben ist die Funktion $$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$$

a) Berechnen Sie die Tangente in x = 3.

Lösung:

$$Funktionswert: \quad f(3) = -\frac{1}{2}\cdot 9 + 2\cdot 3 + 1 = 2{,}5$$

$$Steigung: \quad f'(x) = -x + 2 \Rightarrow f'(3) = -1$$

$$y-Achsenabschnitt: \quad 2{,}5 = (-1)\cdot 3 + b \Rightarrow b = 5{,}5$$

$$Tangente: \quad t(x) = -x + 5{,}5$$

b) Wie lautet die Tangentengleichung, die zur x-Achse parallel verläuft.

Lösung:

Wegen der Parallelität zur x-Achse weiß man, dass die Steigung m = 0 beträgt.
Daher muss zuerst mittels der Ableitung der zugehörige x-Wert berechnet werden.

$$Steigung: \quad f'(x) = -x + 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$Funktionswert: \quad f(2) = -\frac{1}{2}\cdot 4 + 2\cdot 2 + 1 = 3$$

$$y-Achsenabschnitt: \quad b = 3 \Rightarrow Tangente: \quad t(x) = 3$$