Musterlösung: **11. Jgst.** **Klasse: GY 04 a** **Datum: 28.09.2004**

Fach: Mathematik (Kernfach) **1. Test**

Thema: Mengen; Intervall; (Lineare) Funktionen

---

❶ Mengen und Intervalle

Stellen Sie folgende Mengen in der Intervallschreibweise dar:

$A = \{x \in \Re \mid x < 6\}$	$A =]-\infty;\ 6[$
$B = \{x \in \Re \mid 4 \le x \le 7\}$	$B = [4;\ 7]$
$C = \{x \in \Re \mid 4 \le x < 7\}$	$C = [4;\ 7[$
$D = \{x \in \Re \mid x^2 = 25\}$	$D = \{-5;\ 5\}$
$E = \{x \in \Re \mid x^2 \le 4\}$	$E = [-2;\ 2]$

❷ Funktionen

Welche der folgenden Zuordnungen bzw. Graphen sind Funktionen?

↳ Lösung *siehe Anlage I*

❸ Definitionsbereiche bestimmen

Bestimmen Sie die Definitionsbereiche der folgenden Funktionen:

a) $f(x) = x^2 - 1 \qquad D = \Re$

b) $f(x) = \sqrt{2x-8}$

Rechenweg:

$2x - 8 \ge 0 \Rightarrow x \ge 4 \Rightarrow D = [4;\infty[$

c) $f(x) = \sqrt{x^2-4}$

Rechenweg:

$x^2 - 4 \ge 0 \Rightarrow x \ge 2 \vee x \le -2$

$\Rightarrow D = \Re \setminus]-2;2[$

d) $f(x) = \dfrac{x}{x+1}$

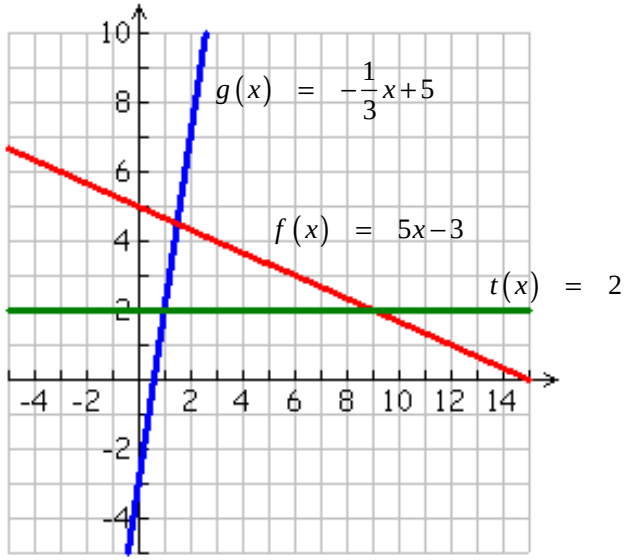
Rechenweg:

$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow D = \Re \setminus \{-1\}$

❹ Lineare Funktionen

a) Zeichnen Sie die Graphen der folgenden drei Funktionsvorschriften:

$f(x) = 5x - 3 \qquad g(x) = -\frac{1}{3}x + 5 \qquad t(x) = 2$



b) Ermitteln Sie die linearen Funktionsvorschriften, wenn folgende Größen gegeben sind:

(i) Die Gerade hat die Steigung 2 und den y-Achsenabschnitt 3.

Lösung: $f(x) = 2x + 3$

(ii) Die Gerade verläuft durch den Ursprung und durch A(3/5).

Lösung: $f(x) = \frac{5}{3}x$

(iii) Die Gerade verläuft durch A(-2/0) mit Steigung m = -1,5.

Lösung: $f(x) = -1{,}5x - 3$

(iv) Die Gerade verläuft durch A(4/1,5) parallel zur Geraden h mit $h(x) = 2x - 1$.

Lösung: $f(x) = 2x - 6{,}5$

Rechenweg:

$1{,}5 = 2 \cdot 4 + b \Rightarrow b = -6{,}5$

(v) Die Gerade verläuft durch A(-0,5/-4) und hat den y-Achsenabschnitt b = -2,5.

Lösung: $f(x) = 3x - 2{,}5$

Rechenweg:

$-4 = m \cdot (-0{,}5) - 2{,}5 \Rightarrow m = 3$

(vi) Die Gerade verläuft durch A(-1/-1) und schneidet $h(x) = 2x - \frac{5}{4}$ in $x = \frac{1}{2}$.

Lösung: $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

Rechenweg:

1.) Ermittlung des 2. Punktes:

$h\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \frac{1}{2} - \frac{5}{4} \Rightarrow y = -\frac{1}{4}$

2.) Ermittlung der Steigung:

$m = \frac{-\frac{1}{4} - (-1)}{\frac{1}{2} - (-1)} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{2}} \Rightarrow m = \frac{1}{2}$

3.) Ermittlung des y-Achsenabschnitts:

$-1 = \frac{1}{2} \cdot (-1) + b \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$

(vii) Die Gerade verläuft durch $A\left(0 \mid \sqrt{3}\right)$ und steht senkrecht zur Geraden

$h(x) = -\frac{1}{3}x - \frac{5}{2}$.

Lösung: $f(x) = 3x + \sqrt{3}$

Rechenweg:

$\sqrt{3} = 3 \cdot 0 + b \Rightarrow b = \sqrt{3}$

c) Gegeben seien folgende Funktionen:

$h: \; 2y + x + 4 = 0$ und $f(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2}$

(i) Wo schneiden sich diese Funktionen?

Lösung:

$h(x) = -\frac{1}{2}x - 2$ *und* $f(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2}$

Gleichsetzen:

$-\frac{1}{2}x - 2 = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2}$

$\Rightarrow x = -\frac{21}{4}$ *und* $y = \frac{5}{8}$

$\Rightarrow S\left(-\frac{21}{4} / \frac{5}{8}\right)$

(ii) Liegt der Punkt $A(12 \mid 3{,}5)$ auf einer der beiden Geraden?

Lösung:

$h(12) = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 12 - 2 = -8$

$f(12) = \frac{1}{6} \cdot 12 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$

$\Rightarrow A \notin h(x)$ *und* $A \in f(x)$

d) Wie groß ist der Abstand zwischen den Punkten $A(2 \mid 3)$ *und* $B(-4 \mid -5)$ und wo liegt der Mittelpunkt zwischen A und B?

Lösung der Entfernung:

$e = \sqrt{\left[2 - (-4)\right]^2 + \left[3 - (-5)\right]^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

Lösung der Mittelpunktberechnung:

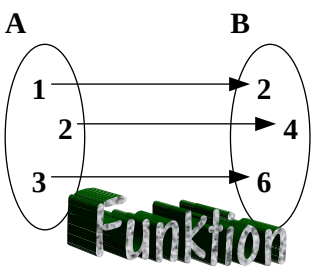
$x_{m(\overline{AB})} = \frac{1}{2} \cdot \left[2 + (-4)\right] = (-1)$

$y_{m(\overline{AB})} = \frac{1}{2} \cdot \left[3 + (-5)\right] = (-1)$

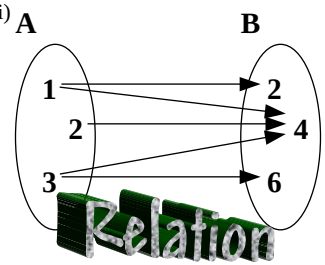
$\Rightarrow M(-1; -1)$

Anlage I: Funktion oder Relation?

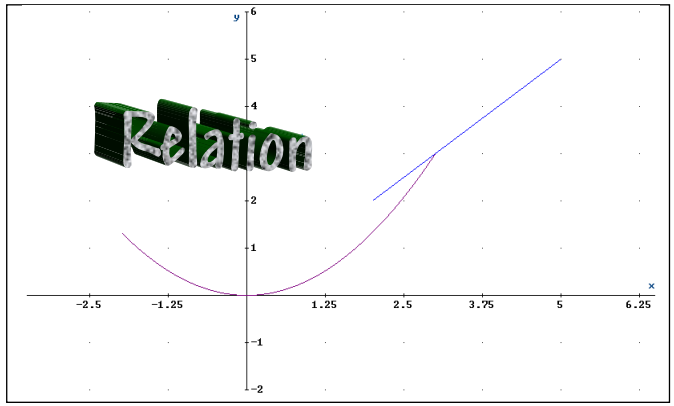
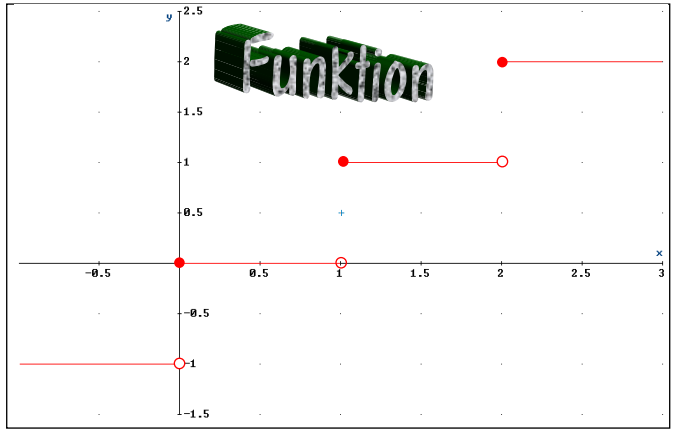
(i)



(ii)



(iii)



(iv)