Musterlösung: 11. Jgst. Gem. Kursarbeit Datum: 26.04.2005

Klassen: GY 04 a-d Fach: Mathematik (Kernfach)

Themen: Kurvendiskussion; Stetigkeit; Differenzierbarkeit

Aufgabe A

#1: $f(x) := \frac{1}{3}\cdot x^3 - \frac{1}{2}\cdot x^2 - 4\cdot x$

Nullstellen

#2: $f(x) = 0$

#3: APPROX(SOLVE(f(x) = 0, x))

#4: $x = 4.294361719 \vee x = -2.794361719 \vee x = 0$

#5: SOLVE(f(x) = 0, x)

#6: $x = \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{201}}{4} \vee x = \frac{\sqrt{201}}{4} + \frac{3}{4} \vee x = 0$

Schnittpunkt mit Ordinate

#7: f(0)

#8: 0

Ableitungen

#9: $\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{3}\cdot x^3 - \frac{1}{2}\cdot x^2 - 4\cdot x\right)$

#10: $x^2 - x - 4$

#11: $\left(\frac{d}{dx}\right)^2\left(\frac{1}{3}\cdot x^3 - \frac{1}{2}\cdot x^2 - 4\cdot x\right)$

#12: $2\cdot x - 1$

#13: $\left(\frac{d}{dx}\right)^3\left(\frac{1}{3}\cdot x^3 - \frac{1}{2}\cdot x^2 - 4\cdot x\right)$

#14: 2

Extremwerte

#15: $f1(x) := x^2 - x - 4$

#16: f1(x) = 0

#17: APPROX(SOLVE(f1(x) = 0, x, Real))

#18: $x = 2.561552812 \vee x = -1.561552812$

#19: SOLVE(f1(x) = 0, x, Real)

#20: $x = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2} \vee x = \frac{\sqrt{17}}{2} + \frac{1}{2}$

#21: $f\left(\frac{\sqrt{17}}{2} + \frac{1}{2}\right)$

#22: -7.924399636

=> Minimum

#23: $f\left(-\frac{\sqrt{17}}{2} + \frac{1}{2}\right)$

#24: 3.757732969

=> Maximum

fallendes Monotonieintervall: $]-\sqrt{17}/2 + 1/2;\sqrt{17}/2 + 1/2[$

Tangente in x = 2

#25: f(2)

#26: $-\frac{22}{3}$

#27: f1(2)

#28: -2

#29: $-\frac{22}{3} = -2 \cdot 2 + b$

#30: $\text{APPROX}\left(\text{SOLVE}\left(-\frac{22}{3} = -2 \cdot 2 + b, b, \text{Real}\right)\right)$

#31: $b = -3.333333333$

#32: $\text{SOLVE}\left(-\frac{22}{3} = -2 \cdot 2 + b, b, \text{Real}\right)$

#33: $b = -\frac{10}{3}$

#34: $t(x) := -2 \cdot x - \frac{10}{3}$

Wendepunkt

#35: f2(x) := 2·x − 1

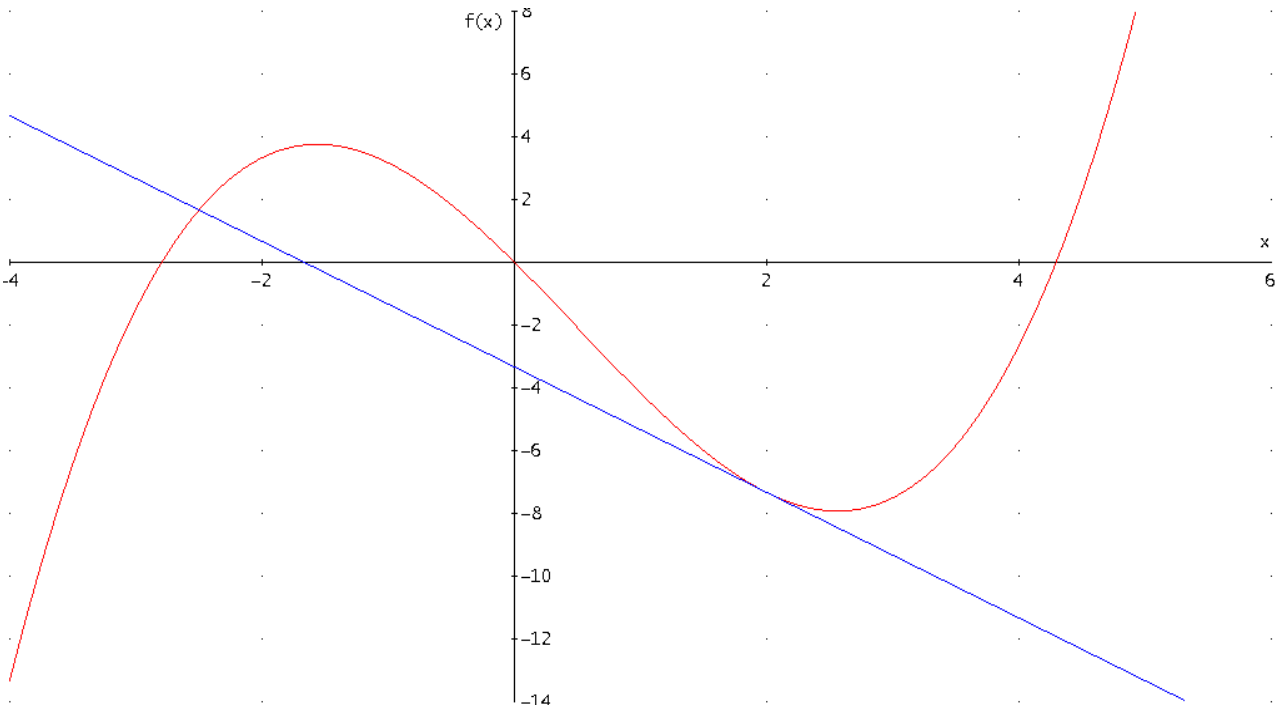
#36: f2(x) = 0

#37: SOLVE(f2(x) = 0, x, Real)

#38: $x = \frac{1}{2}$

#39: $f\left(\frac{1}{2}\right)$

#40: $-\frac{25}{12}$



Aufgabe B

#1: $f(x) := \frac{x^2 - 4 \cdot x}{x - 2}$

Definitionsbereich: D = R\{2}

Grenzwerte für x=>±∞

#2: $\lim_{x \to \infty} \frac{x^2 - 4 \cdot x}{x - 2}$

#3: ∞

$$\#4: \quad \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2 - 4 \cdot x}{x - 2}$$

$$\#5: \quad -\infty$$

Polstelle: x = 2

Asymptote

$$\#6: \quad \frac{x^2 - 4 \cdot x}{x - 2}$$

$$\#7: \quad -\frac{4}{x - 2} + x - 2$$

$$\#8: \quad a(x) := x - 2$$

Nullstellen

$$\#9: \quad x^2 - 4 \cdot x = 0$$

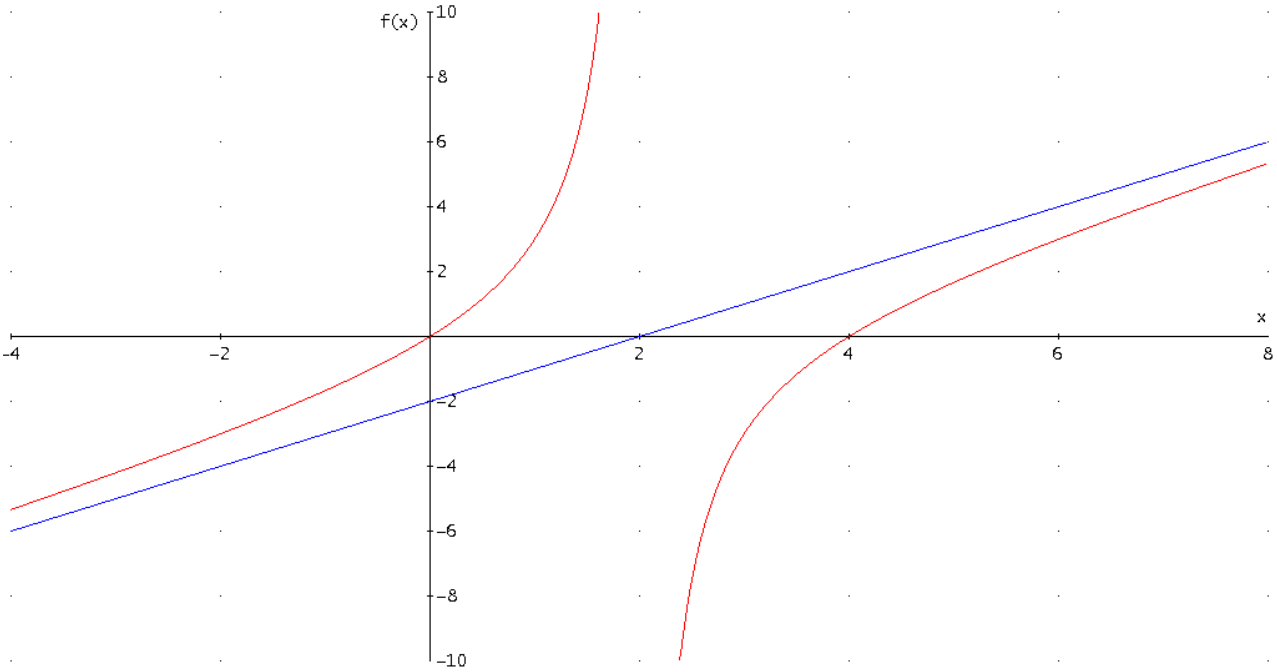
$$\#10: \quad \text{SOLVE}(x^2 - 4 \cdot x = 0, x, \text{Real})$$

$$\#11: \quad x = 4 \vee x = 0$$

Schnittpunkt mit Ordinate

#12: f(0)

#13: 0



Zuordnung der Graphen:
g(x) => G 2 (vgl vorherige Kurvendiskussion)
k(x) => G 3 (Polstelle: x=4; Nullstelle: x=2; Asymptote: a(x)=-1

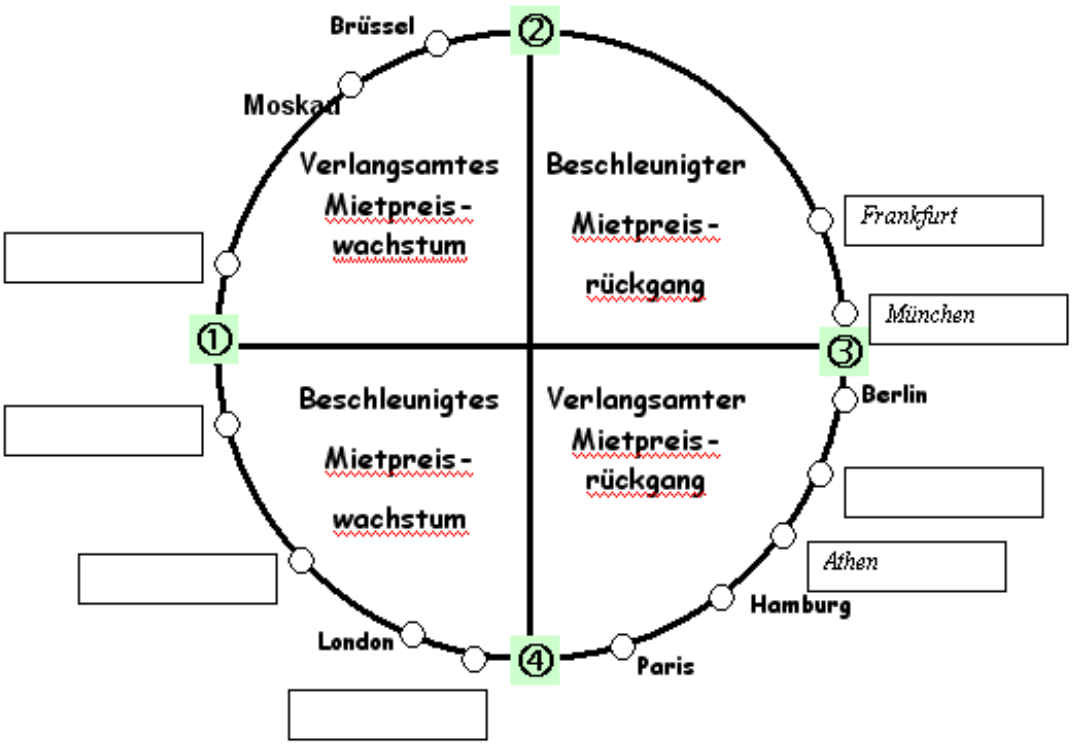
Aufgabe C

Lösungen:

Funktionen	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
Ableitungen	A6	A8	A5	A1	A4	A2	A3	A7

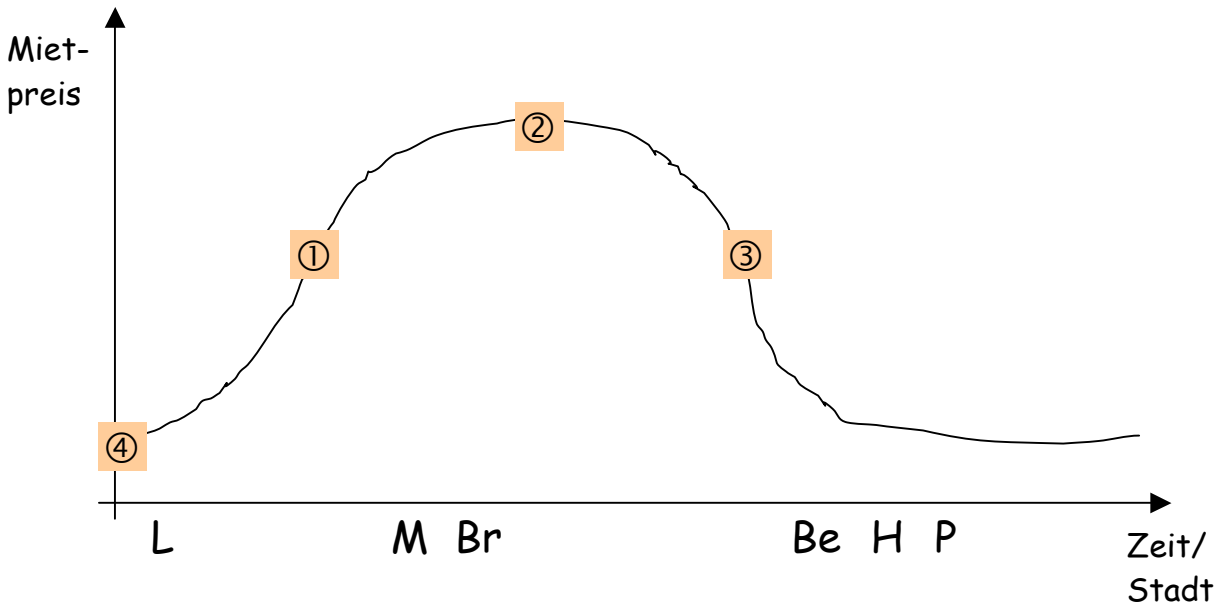
Anwendungsaufgabe zu Funktionen:

Aufgabenstellung 1: Tragen Sie die o.a. drei Städte in die leeren Kästchen ein.



Aufgabenstellung 2:

Skizzieren Sie beginnend mit der Situation „London" mit dem Uhrzeigersinn verlaufend eine Funktion des Mietpreises in Abhängigkeit der Zeit: M(t); tragen Sie dann auch die Städte auf der x-Achse ein.



Aufgabe D

a) Stetigkeit

$$f(x) := \begin{cases} -\frac{1}{8}\cdot x^3 + \frac{1}{2}\cdot x^2 - 2 & \text{If } x \le 4 \\ -\frac{1}{2}\cdot x + 2 \end{cases}$$

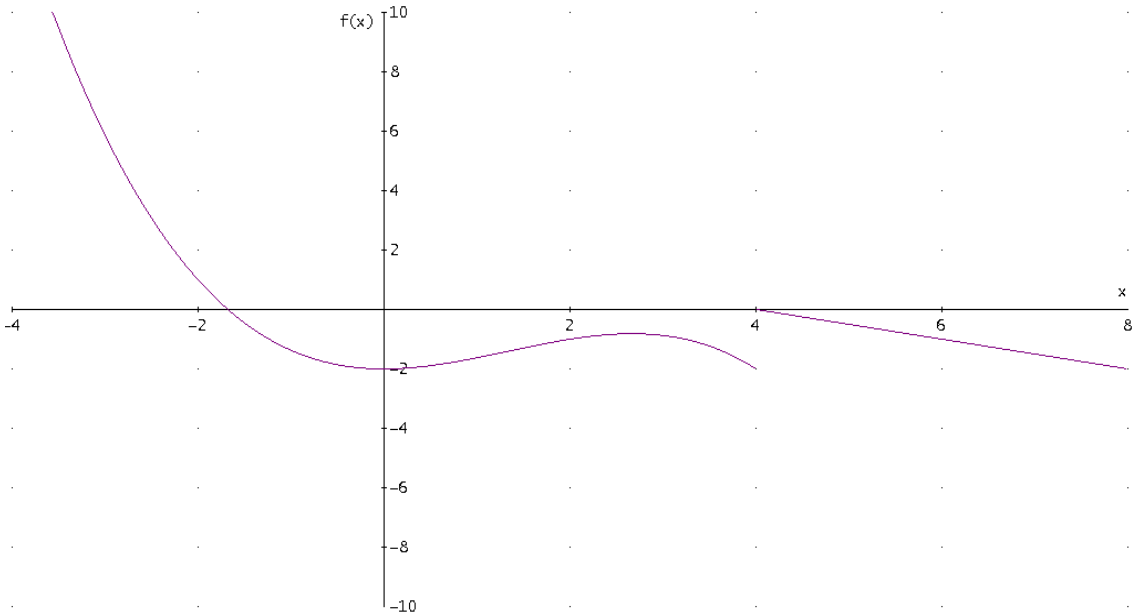
#1:

#2: $f(4)$

#3: -2

#4: $\lim_{x \to 4+} f(x)$

#5: 0



f(x) ist in x = 4 nicht stetig.

b) Stetigkeit

$$g(x) := \begin{cases} -\frac{1}{8}\cdot x^3 + \frac{1}{2}\cdot x^2 - 2 & \text{If } x \le 4 \\ -\frac{1}{2}\cdot x + t \end{cases}$$

#6:

$$\lim_{x \to 4+} g(x) := \begin{cases} -\frac{1}{8}\cdot x^3 + \frac{1}{2}\cdot x^2 - 2 & \text{If } x \le 4 \\ -\frac{1}{2}\cdot x + t \end{cases}$$

#7:

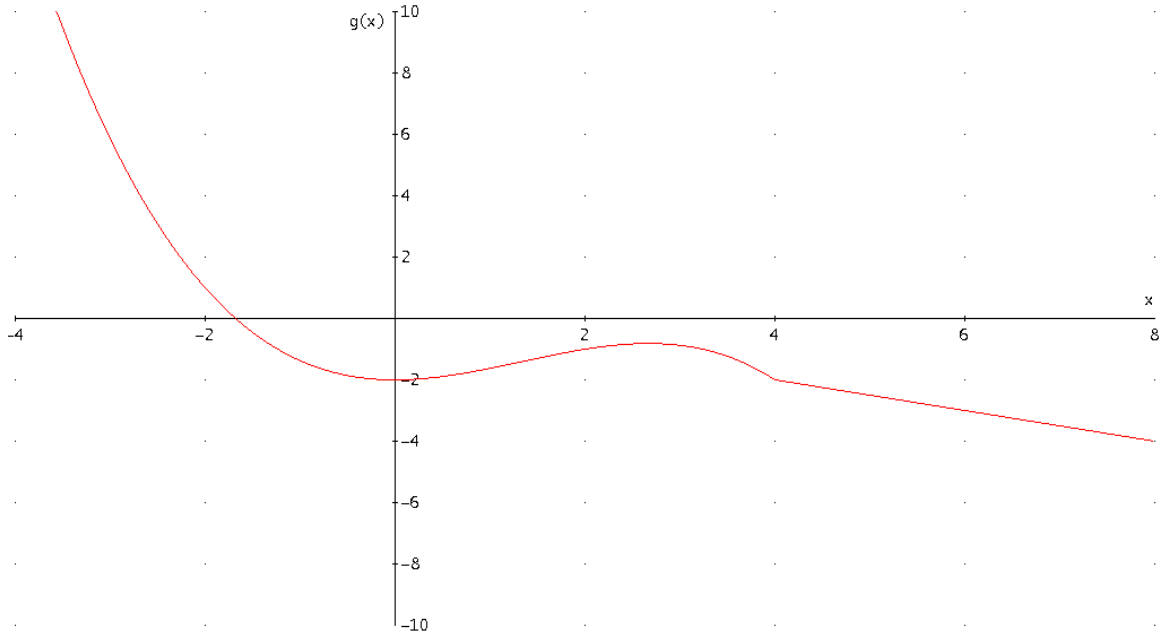
#8: $g(4):=t-2$

#9: $t - 2 = -2$

#10: SOLVE(t - 2 = -2, t, Real)

#11: $t = 0$

```
      g(x) :=
        If x ≤ 4
#12:       - 1/8·x^3 + 1/2·x^2 - 2
           - 1/2·x
```



c) Differenzierbarkeit

```
      g(x) :=
        If x ≤ 4
#13:       - 1/8·x^3 + 1/2·x^2 - 2
           - 1/2·x
```

$$\#14:\quad \frac{d}{dx}\,IF\left(x \le 4,\ -\frac{1}{8}\cdot x^3 + \frac{1}{2}\cdot x^2 - 2,\ -\frac{1}{2}\cdot x\right)$$

$$\#15:\quad IF\left(x \le 4,\ x - \frac{3\cdot x^2}{8},\ -\frac{1}{2}\right)$$

```
      g1(x) :=
        If x ≤ 4
#16:       x - 3·x^2/8
           - 1/2
```

#17: g1(4) = −2

g(x) ist in x = 4 nicht differenzierbar, da gilt: −2 ≠ −1/2

d) Wann ist h(x) differenzierbar?

```
      h(x) :=
        If x ≤ 4
#19:       - 1/8·x^3 + 1/2·x^2 - 2
           m·x + b
```

#20: h(4) = −2

$$\lim_{x \to 4+} h(x) := \begin{cases} -\frac{1}{8} \cdot x^3 + \frac{1}{2} \cdot x^2 - 2 & \text{If } x \le 4 \\ m \cdot x + b \end{cases}$$

#23: h(4):=b+4*m

Bestimmungsgleichung I

#24: $b + 4 \cdot m = -2$

#25: $\frac{d}{dx} \text{IF}\left(x \le 4, -\frac{1}{8} \cdot x^3 + \frac{1}{2} \cdot x^2 - 2, m \cdot x + b\right)$

#26: $\text{IF}\left(x \le 4, x - \frac{3 \cdot x^2}{8}, m\right)$

$$h1(x) := \begin{cases} x - 3 \cdot x^2/8 & \text{If } x \le 4 \\ m \end{cases}$$

#28: $h1(4) = -2$

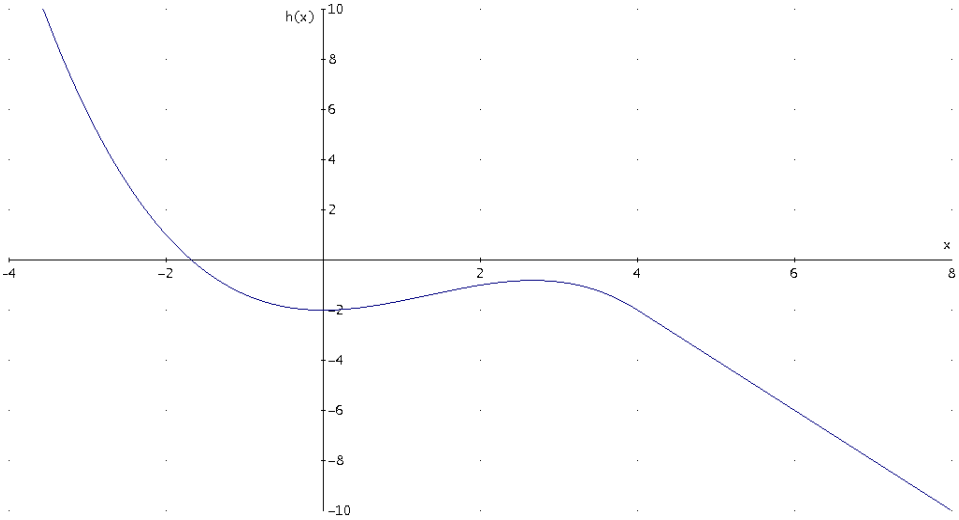
$$\lim_{x \to 4+} h1(x) := \begin{cases} x - 3 \cdot x^2/8 & \text{If } x \le 4 \\ m \end{cases}$$

#31: h1(4):=m

Bestimmungsgleichung II

#32: $m = -2$

#33: SOLVE([b + 4·m = −2, m = −2], [b, m])

#34: $[b = 6 \wedge m = -2]$

$$h(x) := \begin{cases} -\frac{1}{8} \cdot x^3 + \frac{1}{2} \cdot x^2 - 2 & \text{If } x \le 4 \\ -2 \cdot x + 6 \end{cases}$$