Musterlösung: **13. Jgst.** **3. Test** **Datum: 18.02.2005**

Klasse: GY 02 c **Fach: Mathematik (Grundkurs)**

Thema: **Binomialverteilung und Normalverteilung**

1.) Ermitteln Sie die gesuchten Größen mittels der Tabellen in den Anlagen.

a) $B_{100;0,3}(X \le 23) = 0,07553$

b) $B_{100;0,3}(X = 23) = B_{100;0,3}(X \le 23) - B_{100;0,3}(X \le 22)$
$= 0,07553 - 0,04787 = 0,02766$

c) $B_{100;0,3}(X > 23) = 1 - B_{100;0,3}(X \le 23)$
$= 1 - 0,07553 = 0,92447$

d) $B_{100;0,3}(20 \le X < 41) = B_{100;0,3}(X \le 40) - B_{100;0,3}(X \le 19)$
$= 0,98750 - 0,00889 = 0,97861$

e) $B_{100;0,6}(X < 50) = B_{100;0,6}(X \le 49)$
$= 1 - 0,98324 = 0,01676$

f) $B_{100;0,6}(50 \le X \le 70) = B_{100;0,6}(X \le 70) - B_{100;0,6}(X \le 49)$
$= (1 - 0,01478) - (1 - 0,98324) = 0,96846$

g) $\Phi(2,75) = 0,99702$

h) $\Phi(-1,75) = 1 - \Phi(1,75) = 1 - 0,95994 = 0,04006$

i) $\Phi(x) = 0,8508 \quad \Rightarrow \quad x = 1,04$

j) $\Phi(x) = 0,0202 \quad [0,9798] \quad \Rightarrow \quad x = -2,05$

2.) Die Zufallsvariable X sei $B_{1200;0,6}$-verteilt. Berechnen Sie näherungsweise.

Prüfen der Voraussetzung: 1.200*0,6*0,4 = 288 > 9

$P(X \le 700) = \Phi(-1,18) = 1 - 0,881 = 0,119$

a) $x = \dfrac{700 - 720}{\sqrt{288}} = -1,178$

b)

$$P(650 < X \le 750) = P(X \le 750) - P(X \le 650)$$

$$x_1 = \frac{650-720}{\sqrt{288}} = -4{,}125 \qquad x_2 = \frac{750-720}{\sqrt{288}} = 1{,}7677$$

$$\Rightarrow \quad \Phi(1{,}77) - \Phi(-4{,}12) = 0{,}96164 - (1 - 0{,}99998) = 0{,}96162$$

c)

$$P(X > 641) = 1 - P(X \le 641)$$

$$x = \frac{641-720}{\sqrt{288}} = -4{,}665$$

$$\Rightarrow \quad 1 - \Phi(-4{,}665) = 1 - (1-1) = 1$$

3.) Erfahrungsgemäß konsumiert jeder Besucher der Kantine „Schlangenfraß" mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,7 das angeb. Menü „Zwergenmilch".

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 500 Besuchern mindestens 340 das Menü wählen?

$$P(X \ge 340) = 1 - P(X \le 339)$$

$$x = \frac{339-350}{\sqrt{105}} = -1{,}07$$

$$\Rightarrow \quad 1 - \Phi(-1{,}07) = 1 - (1 - 0{,}85769) = 0{,}85769$$

b) Die Kantine hält insgesamt 550 Menüportionen bereit. Wie viele Besucher dürfen höchstens kommen, damit der Wunsch nach einem Menü mit 99%-iger Wahrscheinlichkeit erfüllt werden kann?

$$P(X \le k) \ge 0{,}99$$

$$\Phi(x) = 0{,}99 \quad \Rightarrow \quad x = 2{,}33$$

$$x = \frac{k-385}{\sqrt{115{,}5}} = 2{,}33 \quad \Rightarrow \quad k \le 410$$

4.) Es wird behauptet, dass etwa 25 % aller deutschen Studenten in der Wohnung ihrer Eltern wohnen.

Wie groß wäre die Wahrscheinlichkeit, dass von 1000 zufällig ausgewählten Studenten mindestens 200 aber höchstens 270 bei ihren Eltern wohnen, wenn diese Behauptung zutreffen würde?

$$P\left(200 \le X \le 270\right) = P\left(X \le 270\right) - P\left(X \le 199\right)$$

$$x_1 = \frac{199 - 250}{\sqrt{187,5}} = -3,72 \qquad x_2 = \frac{270 - 250}{\sqrt{187,5}} = 1,46$$

$$\Rightarrow \quad \Phi\left(1,46\right) - \Phi\left(-3,72\right) = 0,92785 - \left(1 - 0,99990\right) = 0,92775$$

5.) Eine Fluggesellschaft weiß aus Erfahrung, dass etwa 5 % aller Fluggäste, die einen Platz für einen bestimmten Flug reservieren lassen, nicht zum Abflug erscheinen.
Sie verkauft deshalb 370 Flugscheine für 360 verfügbare Plätze.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle zum Abflug erscheinenden Fluggäste einen Platz bekommen?

$$p = 0,95$$

$$P\left(X \le 360\right) = \Phi\left(2,02\right) = 0,97831$$

$$x = \frac{360 - 351,5}{\sqrt{17,575}} = 2,02$$

6.) In einer Klinik werden pro Jahr durchschnittlich 100 Patienten mit einem bestimmten Medikament behandelt. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Patient auf dieses Medikament unerwünschte Nebenwirkungen zeigt, ist p = 0,02.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass im Laufe eines Jahres bei mehr als 3 Patienten unerwünschte Nebenwirkungen auftreten?

$$B_{100;0,02}\left(X > 3\right) = 1 - B_{100;0,02}\left(X \le 3\right) = 1 - 0,85896 = 0,14104$$

7.) Wie oft muss man einen idealen Würfel mindestens werfen, damit man mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99 % wenigstens einmal eine Sechs erhalten will?

$$B_{n;\frac{1}{6}}\left(X \geq 1\right) \geq 0,99$$

$$1 - B_{n;\frac{1}{6}}\left(X = 0\right) \geq 0,99$$

$$1 - \binom{n}{0}\left(\frac{1}{6}\right)^0 \left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0,99 \quad \Rightarrow \quad n \geq 26$$

8.) In einer Werkskantine werden freitags ein Fischgericht und zwei weitere Menüs angeboten. Von 100 Kantinenbenutzern wählt erfahrungsgemäß jeder dritte das Fischgericht.

a) Die Kantine bereitet 33 Fischgerichte vor.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass weitere Fischgerichte zubereitet werden müssen?

$$B_{100;\frac{1}{3}}\left(X > 33\right) = 1 - B_{100;\frac{1}{3}}\left(X \leq 33\right) = 1 - 0,5188 = 0,4812$$

b) Wie viele Fischgerichte müssen vorbereitet werden, damit sie mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % ausreichen?

$$B_{100;\frac{1}{3}}\left(X \leq k\right) \geq 0,9 \quad \xrightarrow{\textit{Tabellenwert ablesen}} \quad k = 39$$