Musterlösung: **13. Jgst.** **2. Kursarbeit** **Datum: 03.12.2004**

Klasse: GY 02 c **Fach: Mathematik (Grundkurs)**

Thema: **Bernoulliketten, Binomial- und Hypergeometrische Verteilung**

1.) Beim Biathlon ist die Treffsicherheit des Teilnehmers Schießeisen beim Stehendschießen nur 60 %.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er bei einer Serie von fünf Schüssen

Zur Lösung: X dokumetiert die Anzahl der gewünschten Treffer

a) keinen Fehlschuss hat?

$$B(X=5)=\binom{5}{5}0,6^5\cdot 0,4^0=0,07776$$

b) genau einen Fehlschuss hat?

$$B(X=4)=\binom{5}{4}0,6^4\cdot 0,4^1=0,2592$$

c) mindestens einen Fehlschuss hat?

$$B(X\leq 4)=1-B(X=5)=1-0,07776=0,92224$$

d) höchstens einen Fehlschuss hat?

$$B(X\geq 4)=B(X=4)+B(X=5)$$
$$B(X\geq 4)=0,2592+0,07776=0,33696$$

2.) Beim automatischen Verpacken von Schokolade muss man mit 10 % zerbrochenen Tafeln rechnen. Der Produktion werden rein zufällig 50 Tafeln entnommen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit unter den entnommenen Tafeln genau 2 zerbrochene zu haben?

$$B(X=2)=\binom{50}{2}0,1^2\cdot 0,9^{48}=0,0779$$

3.) Stefan hat bei einem Geschicklichkeitsspiel die konstante Trefferwahrscheinlichkeit p = 0,8 pro Versuch.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler?

Lösung: **q = 0,2**

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat er den ersten Treffer im fünften Versuch?
(Lösung bitte mit Pfadregel bzw. Baumdiagramm)

Lösung: **$P = 0{,}2^4 * 0{,}8 = 0{,}00128$**

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat er den fünften Treffer im siebten Versuch?

Lösung:

$$B(X=4)\cdot 0{,}8 = \binom{6}{4} 0{,}8^4 \cdot 0{,}2^2 \cdot 0{,}8 = 0{,}1966$$

4.) In einem Zufallsexperiment gebe X die Anzahl der Treffer an.
Für die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X gilt:

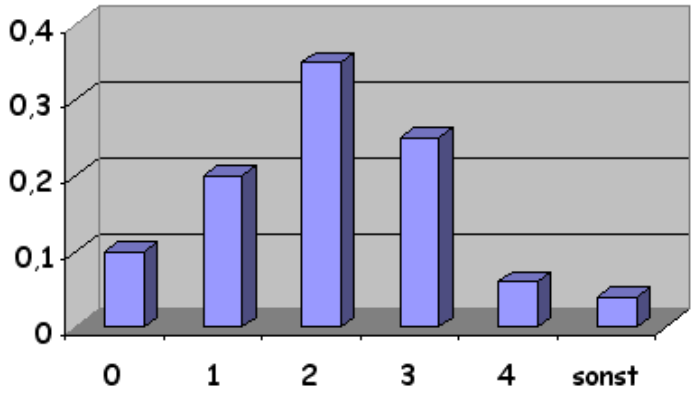
k	0	1	2	3	4	sonst
P(X = k)	a	2a	5a – 0,15	a + 0,15	0,06	0,4a

a) Bestimmen Sie a so, dass eine Wahrscheinlichkeitsverteilung vorliegt.

Lösung: **9,4 a + 0,06 = 1 => a = 0,1**

k	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**sonst**
P(X = k)	**0,1**	**0,2**	**0,35**	**0,25**	**0,06**	**0,04**

b) Zeichnen Sie das Stabdiagramm.



c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für

(i) mindestens zwei Treffer?

Lösung: $P(X \geq 2) = 0,35 + 0,25 + 0,06 + 0,04 = 0,7$

(ii) höchstens zwei Treffer?

Lösung: $P(X \leq 2) = 0,1 + 0,2 + 0,35 = 0,65$

5.) Ein Behälter enthält 10 weiße und 6 schwarze Kugeln. Es werden vier davon ohne Zurücklegen gezogen.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind es nur weiße?

Lösung: $H(X = 4) = \dfrac{\binom{10}{4}\binom{6}{0}}{\binom{16}{4}} = 0,1154$

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind es ebenso viele weiße wie schwarze?

Lösung: $H(X = 2) = \dfrac{\binom{10}{2}\binom{6}{2}}{\binom{16}{4}} = \dfrac{45 \cdot 15}{1820} = 0,3709$

6.) Beim zollfreien Einkauf in einem Zollanschlussgebiet gibt es normalerweise unter 100 Personen 20 Schmuggler, d.h. Personen, die mehr als die zulässige Menge mit über die Grenze nehmen.
Der Zoll prüft 10 Personen.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind es

a) weniger als 2 Schmuggler?

Lösung: $H(X \leq 1) = \dfrac{\binom{20}{1}\binom{80}{9}}{\binom{100}{10}} + \dfrac{\binom{20}{0}\binom{80}{10}}{\binom{100}{10}} = 0,37$

b) mehr als 7 Schmuggler?

Lösung:

$$H(X \geq 7) = \frac{\binom{20}{8}\binom{80}{2}}{\binom{100}{10}} + \frac{\binom{20}{9}\binom{80}{1}}{\binom{100}{10}} + \frac{\binom{20}{10}\binom{80}{0}}{\binom{100}{10}}$$

$$H(X \geq 7) = 0,000023783$$

c) zwischen 4 und 6 Schmuggler?

Lösung:

$$H(4 \leq X \leq 6) = \frac{\binom{20}{4}\binom{80}{6}}{\binom{100}{10}} + \frac{\binom{20}{5}\binom{80}{5}}{\binom{100}{10}} + \frac{\binom{20}{6}\binom{80}{4}}{\binom{100}{10}}$$

$$H(4 \leq X \leq 6) = 0.1092$$

7.) Berechnen Sie folgenden Ausdruck: $(a + 2b)^5$

Lösung:

$$(a+2b)^5 = \sum_{k=0}^{5}\binom{5}{k}a^{5-k}(2b)^k$$

$$(a+2b)^5 = \binom{5}{0}a^5(2b)^0 + \binom{5}{1}a^4(2b)^1 + \binom{5}{2}a^3(2b)^2 + \binom{5}{3}a^2(2b)^3 + \binom{5}{4}a^1(2b)^4 + \binom{5}{5}a^0(2b)^5$$

$$(a+2b)^5 = a^5 + 10a^4b + 40a^3b^2 + 80a^2b^3 + 80a^1b^4 + 32b^5$$