Musterlösung **11. Jgst.** **1. Klassenarbeit** **Datum: 12.11.2007**

Klasse: DBOS 07 **Fach: Mathematik**

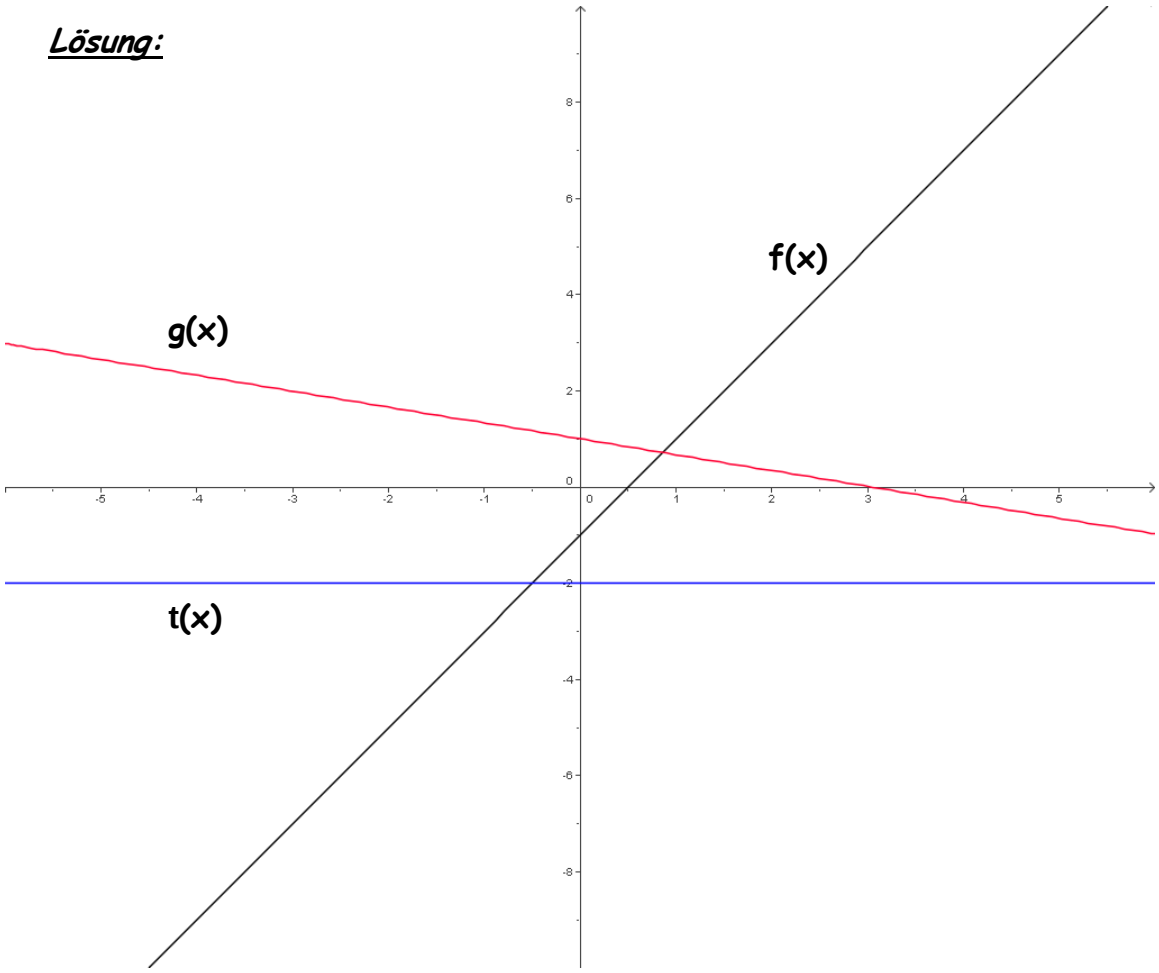
Themen: Grundlagen Funktionen; Lineare/Quadratische Funktionen

---

1.) **Zeichnen** Sie folgende lineare Funktionen in ein Koordinatensystem.

a) $f(x) = 2x-1$ b) $g(x) = -\frac{1}{3}x+1$ c) $t(x) = -2$

Lösung:



2.) Die Punkte P und Q liegen auf der Geraden $f(x) = -\frac{1}{4}x+\frac{2}{3}$.

Bestimmen Sie die fehlenden Koordinaten.

a) $P(-4 \mid ?)$ b) $P\left(? \,\middle|\, -\frac{22}{3}\right)$

Lösung:

a) $f(x) = -\frac{1}{4}\cdot(-4)+\frac{2}{3} = 1+\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

b) $-\frac{22}{3} = -\frac{1}{4}x+\frac{2}{3} \xrightarrow{-\frac{2}{3}} -8 = -\frac{1}{4}x \xrightarrow{\cdot(-4)} x = 32$

3.) Erstellen Sie die Geradengleichung:

a) $m=\frac{1}{3} \quad und \quad P(-1 \mid 2)$

b) $P(2 \mid -1) \quad und \quad Q\left(\frac{1}{2} \mid 2\right)$

c) Die Gerade ist eine Ursprungsgerade und verläuft durch den Punkt $P(-2 \mid -3)$

Lösung:

$$a) \quad 2 = \frac{1}{3}\cdot(-1)+b \Rightarrow b=\frac{7}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}x+\frac{7}{3}$$

$$b) \quad m = \frac{-1-2}{2-\frac{1}{2}} = -2$$

$$-1 = (-2)\cdot 2+b \Rightarrow b=3 \Rightarrow f(x) = -2x+3$$

$$c) \quad m = \frac{3}{2} \quad und \quad b = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x$$

4.) Schnittpunktbestimmung

a) Berechnen Sie den Schnittpunkt zwischen den Geraden

$$f(x) = -\frac{1}{2}x+1,75 \quad und \quad g(x) = -\frac{5}{2}x-\frac{1}{4}$$

Lösung:

$$Ansatz: \quad f(x) = g(x)$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}x+1,75 = -\frac{5}{2}x-\frac{1}{4} \Rightarrow x = -1 \Rightarrow f(-1) = 2,25$$

$$\Rightarrow S(-1 \mid 2,25)$$

b) Berechnen Sie die Schnitt**punkte** zwischen der Geraden und der Parabel

$$f(x) = -\frac{1}{2}x+2 \quad und \quad g(x) = -x^2+1,5x+3,25$$

Lösung:

$$Ansatz: \quad f(x) = g(x)$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{1}{2}x+2 = -x^2+1,5x+3,25 \quad \Rightarrow \quad x^2-2x-1,25 = 0$$

$$\Rightarrow \quad x_{1/2} = \frac{2\pm\sqrt{4+5}}{2} = \frac{2\pm 3}{2}$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = 2,5 \quad \Rightarrow \quad f(2,5) = 0,75 \quad \Rightarrow \quad S_1(2,25 \mid 0,75)$$

$$\Rightarrow \quad x_2 = -0,5 \quad \Rightarrow \quad f(-0,5) = 2,25 \quad \Rightarrow \quad S_2(-0,5 \mid 2,25)$$

c) Berechnen Sie die Schnitt**punkte** zwischen den Parabeln

$$f(x) = 2x^2-4 \quad und \quad g(x) = -\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}$$

Lösung:

$$Ansatz: \quad f(x) = g(x)$$

$$\Rightarrow \quad 2x^2-4 = -\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad x^2 = 2$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = \sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad f(\sqrt{2}) = 0 \quad \Rightarrow \quad S_1(\sqrt{2} \mid 0)$$

$$\Rightarrow \quad x_2 = -\sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad f(-\sqrt{2}) = 0 \quad \Rightarrow \quad S_2(-\sqrt{2} \mid 0)$$

5.) Geraden mit Parameter

Gegeben ist die Geradenschar $f_t(x) = \frac{t}{2}x+2t \quad mit \quad t \in \Re$

a) Welchen Wert müsste **t** annehmen, damit der y-Achsen-abschnitt den Wert 4 besitzt?

b) Welchen Wert müsste **t** annehmen, damit die Steigung m = - 3 lautet?

c) Für welchen **t**-Wert verläuft die Gerade parallel zur x-Achse?

Lösung:

$a)\quad 2t = 4 \Rightarrow t = 2$ $\qquad$ $b)\quad \frac{t}{2} = -3 \Rightarrow t = -6$

$c)\quad m = 0 \Rightarrow \frac{t}{2} = 0 \Rightarrow t = 0$

6.) Das Produktionsproblem

Zwei interne Produktionsverfahren werden diskutiert:

Verfahren A mit computergesteuerten Maschinen, bei dem 40.000,00 € fixe Kosten und 8,00 € variable Stückkosten anfallen;

Verfahren B mit handgesteuerten Maschinen, bei dem 10.000,00 € fixe Kosten und 18,00 € variable Stückkosten anfallen;

zudem haben wir ein externes Angebot: Stückkosten: 28,00 €.

a) Stellen Sie die Funktionsterme auf.

Lösung:

$f_A(x) = 8x + 40.000 \qquad f_B(x) = 18x + 10.000 \qquad f_{extern}(x) = 28x$

b) Bei welcher Stückzahl wären die Verfahren A und B kostengleich?

Lösung:

$$Ansatz: \quad f_A(x) = f_B(x)$$
$$\Rightarrow \quad 8x + 40.000 = 18x + 10.000 \quad \Rightarrow \quad x = 3.000\,[Stück]$$

c) Bis zu welcher Stückzahl sollten wir das externe Angebot wählen?

Lösung:

$$Ansatz: \quad f_B(x) = f_{extern}(x)$$
$$\Rightarrow \quad 18x + 10.000 = 28x \quad \Rightarrow \quad x = 1.000\,[Stück]$$

Produktionsentscheidung:

$[0;1.000]$	*externer Anbieter*
$[1.001;3.000]$	*Verfahren B*
$[3.001;\infty]$	*Verfahren A*

7.) Graphen zu quadratischen Funktionen

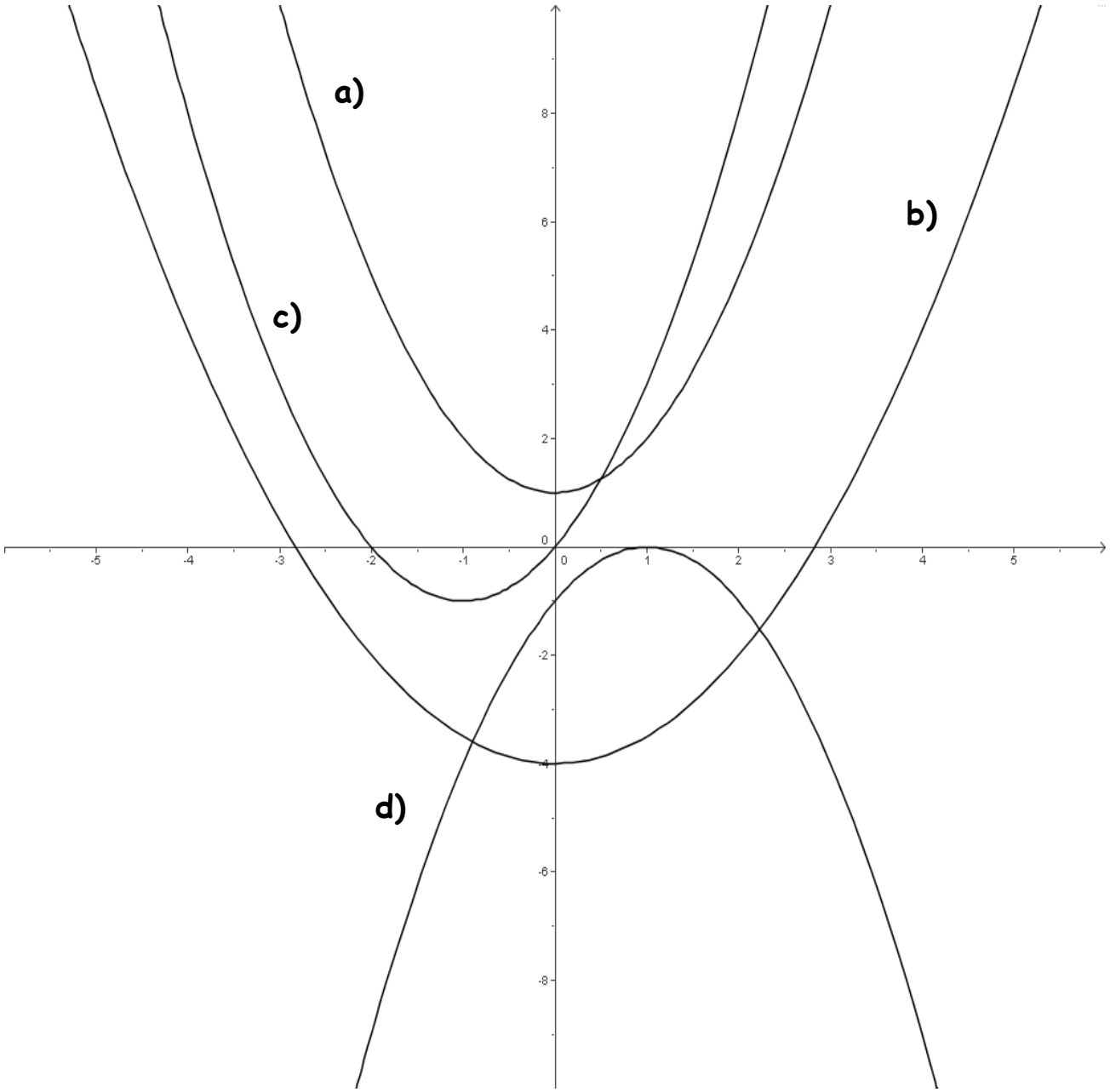
Ordnen Sie folgende Parabeln den Zeichnungen zu und **erklären** Sie die Zuordnungen:

a) $f(x) = x^2 + 1$

b) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4$

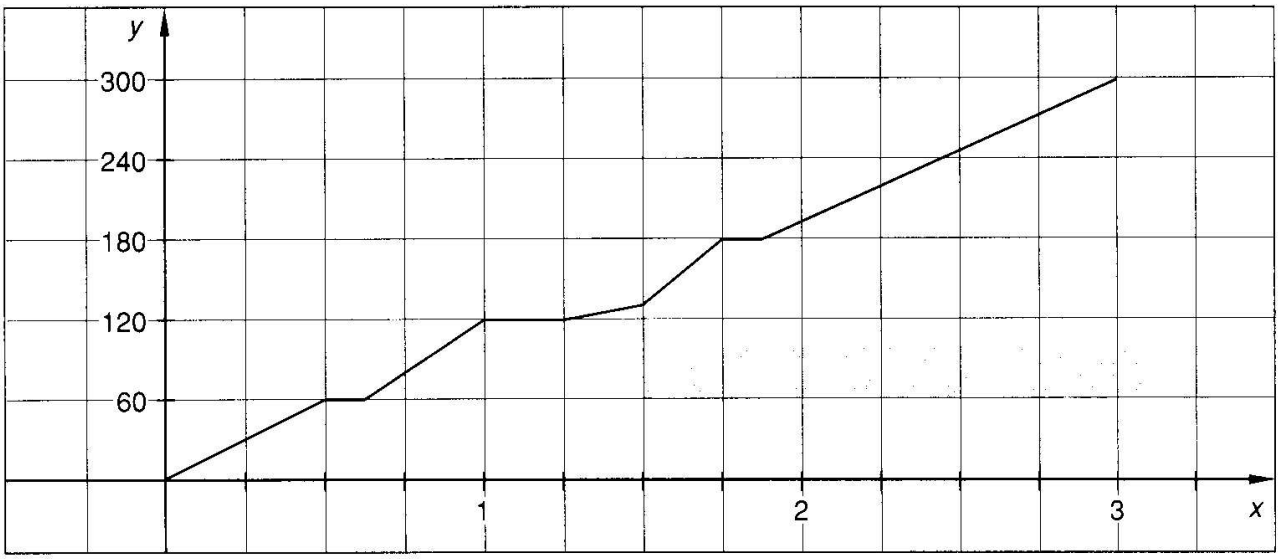
c) $f(x) = (x+1)^2 - 1$

d) $f(x) = -(x-1)^2$



8.) Der Fahrplan

Der nachfolgende Graph stellt die Fahrt eines Inter-Regios der Deutschen Bahn AG dar, wobei sich die Fahrzeit auf der x-Achse auf Stunden, der Fahrweg auf der y-Achse auf km bezieht. Es wird angenommen, dass der Zug nur an Bahnhöfen hält.



a) An wie vielen Bahnhöfen hält der Zug?

b) Stellen Sie einen Fahrplan für den Zug auf und bezeichnen Sie die Bahnhöfe mit B_1, B_2 usw. Der Abfahrtszeitpunkt ist 12.00 Uhr.

Lösung:

a) Es sind insgesamt 5 Bahnhöfe.

b)

Bahnhof	**Ankunft**	**Abfahrt**
B_1	---	12.00
B_2	12.30	12.37
B_3	13.00	13.15
B_4	13.45	13.52
B_5	15.00	---

9.) Scheitelpunkt bei quadratischen Funktionen

a) Ermitteln Sie den Scheitelpunkt der Funktion

$$f(x) = x^2 - 5x + 6$$

Lösung:

$$f(x) = x^2 - 5x + 6 = x^2 - 5x + 2,5^2 - 2,5^2 + 6 = (x - 2,5)^2 - 0,25$$

$$\Rightarrow \quad S(2,5 \mid -0,25)$$

b) Nun soll der Scheitelpunkt der folgenden Funktion berechnet werden:

$$f(x) = -3x^2 - 9x + 12$$

Lösung:

$$f(x) = -3x^2 - 9x + 12$$

$$f(x) = -3\left(x^2 + 3x - 4\right)$$

$$f(x) = -3\left[x^2 + 3x + 1,5^2 - 1,5^2 - 4\right]$$

$$f(x) = -3\left[(x + 1,5)^2 - 6,25\right]$$

$$f(x) = -3(x + 1,5)^2 + 18,75$$

$$\Rightarrow \quad S(-1,5 \mid 18,75)$$

10.) Schnittpunkte mit den Achsen

Ermitteln Sie die Schnittpunkte mit den Achsen (y- und x-Achse) bei den beiden folgenden Funktionen:

a) $f(x) = x^2 - 5x + 6$

Lösung:

$$x - Achse: Nullstellen$$

$$\Rightarrow \quad f(x) = x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow \quad x_{1/2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = 3 \quad \wedge \quad x_2 = 2$$

$$y - Achse: \quad x = 0 \quad \Rightarrow \quad S(0 \mid 6)$$

b) $f(x) = -3x^2 - 9x + 12$

Lösung:

$$x - Achse: Nullstellen$$

$$\Rightarrow \quad f(x) = -3x^2 - 9x + 12 = 0$$

$$\Rightarrow \quad x_{1/2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 144}}{-6} = \frac{9 \pm 15}{-6}$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = -4 \quad \wedge \quad x_2 = 1$$

$$y - Achse: \quad x = 0 \quad \Rightarrow \quad S(0 \mid 12)$$