

1.) Lineare Ungleichungen I

Bestimmen Sie die Lösungsmenge:

a) $79 < 4x + 7$

Lösung: $18 < x \Rightarrow L = \{x \mid x \in \mathbb{R} \wedge x > 18\}$

b) $5(6x + 3) \leq -45$

Lösung: $x \leq -2 \Rightarrow L = \{x \mid x \in \mathbb{R} \wedge x \leq -2\}$

c) $7x - 23 < -3x + 11$

Lösung: $x < 3,4 \Rightarrow L = \{x \mid x \in \mathbb{R} \wedge x < 3,4\}$

d) $2x - 4(-5x + 2) < 3(6 - 2x) - 20$

Lösung: $x < \frac{3}{14} \Rightarrow L = \left\{x \mid x \in \mathbb{R} \wedge x < \frac{3}{14}\right\}$

e) $(2x - 1)(2x + 5) > (x + 1)(4x - 6)$

Lösung: $x > -\frac{1}{10} \Rightarrow L = \left\{x \mid x \in \mathbb{R} \wedge x > -\frac{1}{10}\right\}$

2.) Lineare Ungleichungen II - Schreiben Sie den Ausdruck als Ungleichung:

- a) Das Zehnfache einer Zahl vermindert um 12 ist größer als das Doppelte der Zahl.

Lösung: $10x - 12 > 2x$

- b) Der dritte Teil einer Zahl, vermindert um 2, ist kleiner als das Eineinhalbfache der Zahl vergrößert um 1.

Lösung: $\frac{1}{3}x - 2 < \frac{3}{2}x + 1$

- c) 12 ist mindestens um 2 kleiner als das Vierfache einer gedachten Zahl.

Lösung: $12 \leq 4x - 2$

3.) Lineare Ungleichungen III

Lösen Sie folgende Fragestellung:

Knut Dimbelmoser möchte seinen 60igsten Geburtstag feiern und hierfür insgesamt 400,00 € ausgeben. Der Saal wird voraussichtlich 100,00 € Miete kosten. Für das Catering möchte er maximal 15,00 € pro Person aufwenden.

Wie viele Personen kann er mindestens einladen?

Lösung: $400 \geq 100 + 15x \Rightarrow 20 \geq x \Rightarrow$ mind. 19 Personen
Er kann mindestens 19 Personen einladen, da er ja als Gastgeber wohl automatisch teilnehmen wird!

4.) Lage einer Parabel - Ergänzen Sie die Tabelle:

Scheitelpunkt	Funktionsgleichung	Erklärung der Verschiebung
$S(5 \mid -1)$	$f(x) = (x-5)^2 - 1$	Die Normalparabel wird um 5 Einheiten nach rechts und eine Einheit nach unten verschoben.
$S(3 \mid 2)$	$f(x) = (x-3)^2 + 2$	Die Normalparabel wird um 3 Einheiten nach rechts und 2 Einheiten nach oben verschoben.
$S(2 \mid 1)$	$f(x) = (x-2)^2 + 1$	Die Normalparabel wird um 2 Einheiten nach rechts und eine Einheit nach oben verschoben.
$S(-3 \mid 2)$	$f(x) = (x+3)^2 + 2$	Die Normalparabel wird um 3 Einheiten nach links und 2 Einheiten nach oben verschoben.
$S(0 \mid -2)$	$f(x) = x^2 - 2$	Die Normalparabel wird um 2 Einheiten nach unten verschoben.
$S(-4 \mid -2)$	$f(x) = (x+4)^2 - 2$	Die Normalparabel wird um 4 Einheiten nach links und 2 Einheiten nach unten verschoben.
$S(-2 \mid -1)$	$f(x) = \frac{1}{3}(x+2)^2 - 1$	Stauchung in y-Richtung mit $\frac{1}{3}$, Verschiebung um 2 Einheiten nach links und eine Einheit nach unten.
$S(0 \mid 2)$	$f(x) = (-2)x^2 + 2$	Spiegelung an der x-Achse, senkrechte Streckung in y-Richtung mit 2, Verschiebung um 2 Einheiten nach oben.

5.) Lösen quadratischer Gleichungen

Lösen Sie folgende quadratische Gleichungen mit einem rechnerischen Verfahren Ihrer Wahl:

a) $x^2 - 2x - 8 = 0$

Lösung:

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow x_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2} \Rightarrow x_1 = 4 \wedge x_2 = -2$$

b) $3x^2 + 15x + 12 = 0$

Lösung:

$$3x^2 + 15x + 12 = 0 \Rightarrow x_{1/2} = \frac{-15 \pm \sqrt{225 - 144}}{6} = \frac{-15 \pm 9}{6}$$
$$\Rightarrow x_1 = -1 \wedge x_2 = -4$$

c) $2x^2 + 6x - 20 = 0$

Lösung:

$$2x^2 + 6x - 20 = 0 \Rightarrow x_{1/2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 160}}{4} = \frac{-6 \pm 14}{4}$$
$$\Rightarrow x_1 = 2 \wedge x_2 = -5$$

d) $\frac{1}{2}x^2 - 2x - 2,5 = 0$

Lösung:

$$\frac{1}{2}x^2 - 2x - 2,5 = 0 \Rightarrow x_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 5}}{1} = \frac{2 \pm 3}{1}$$
$$\Rightarrow x_1 = 5 \wedge x_2 = -1$$

e) $(x-1)^2 + 2(x+2) - 4 = 0$

Lösung:

$$(x-1)^2 + 2(x+2) - 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 + 2x + 4 - 4 = 0$$
$$\Rightarrow x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \Rightarrow \text{keine Lösung}$$

6.) Textaufgaben zu quadratischen Gleichungen

- a) Das Produkt von zwei aufeinander folgenden Zahlen beträgt 240.

Wie lauten die Zahlen?

Lösung:

$$x(x+1) = 240 \Rightarrow x^2 + x - 240 = 0$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+960}}{2} = \frac{-1 \pm 31}{2} \Rightarrow x_1 = 15 \wedge x_2 = -16$$

$$\Rightarrow \text{Kombination 1: } 15 \cdot 16 = 240$$

$$\Rightarrow \text{Kombination 2: } (-16) \cdot (-15) = 240$$

- b) Die Seiten eines Rechtecks unterscheiden sich um 5 cm.
Wenn man beide Seiten um 2 cm verlängert, wird der Flächeninhalt um 74 cm^2 größer.

Wie lang sind die Seiten des ursprünglichen Rechtecks?

Lösung:

$$(x+2)(x+7) = x(x+5) + 74 \Rightarrow x^2 + 9x + 14 = x^2 + 5x + 74$$

$$\Rightarrow 4x = 60 \Rightarrow x = 15 \text{ und } y = 20 \Rightarrow \text{Fläche: } 300$$

$$\Rightarrow x_{\text{neu}} = 17 \text{ und } y_{\text{neu}} = 22 \Rightarrow \text{Fläche: } 374$$

7.) Ergänzen Sie den Text

Funktionen vom Typ $f(x) = ax^2 + bx + c$ mit $a \neq 0$ heißen _____

_____. Die dazugehörigen Graphen nennt man _____.

Der _____ einer Parabel ist der höchste oder tiefste Punkt.

Ist $a > 0$, so ist die Parabel nach _____ geöffnet, für $a < 0$ nach _____ geöffnet.

Mit der Scheitelpunktform $f(x) = a(x+b)^2 + c$ mit $a \neq 0$ kann man die _____

der Parabel sehr gut bestimmen. Der _____ punkt besitzt dann die Koordinaten

$S(\quad | \quad)$. Der Wert für a gibt dabei die _____ oder _____

an, der Wert für b zeigt die Anzahl der Schritte an, um die nach _____ oder _____

verschoben wird. Der Parameter c ist für die _____

entlang der _____ -Achse zuständig.

Lösung:

Funktionen vom Typ $f(x) = ax^2 + bx + c$ mit $a \neq 0$ heißen **quadratische**

Funktionen. Die dazugehörigen Schaubilder bzw. Graphen nennt man **Parabeln**. Der

Scheitelpunkt einer Parabel ist der höchste oder tiefste Punkt. Ist $a > 0$, so ist die Parabel nach **oben** geöffnet, für $a < 0$ ist nach **unten** geöffnet.

Mit der Scheitelpunktform $f(x) = a(x+b)^2 + c$ mit $a \neq 0$ kann man die

Lage der Parabel sehr gut bestimmen. Der **Scheitel**punkt besitzt dann die Koordinaten

$S(-b | c)$.

Der Wert für a gibt dabei die **Streckung** oder **Stauchung** an, der Wert für b zeigt die Anzahl der Schritte an, um die nach **rechts** oder **links** verschoben wird. Der Parameter c ist für die **Verschiebung** entlang der **y**-Achse zuständig.

8.) Parabeln – aber welche Funktionsvorschrift?

- a) Markieren Sie die Scheitelpunkte und benennen Sie deren Koordinaten.

Lösung:

$S_1(0 | 2)$

$S_2(2 | 1)$

$S_3(1 | -2)$

$S_4(-3 | 2)$

b) Bestimmen Sie die Funktionsvorschriften der vier gezeichneten Parabeln.

