Aufgaben + Lösungen

Berufsbildende Schule Landau i.d. Pfalz

Fachhochschulreifeprüfung 2010

Schulformen:
- Höhere Berufsfachschule
  - Fremdsprachen & Bürokommunikation
  - Organisation & Officemanagement
  - Handel und E -Commerce
- Berufsoberschule I
- Duale Berufsoberschule

Prüfungsfach: Mathematik

Bearbeitungszeit: Drei Zeitstunden

Zugelassene Hilfsmittel: Taschenrechner nicht graphikfähig

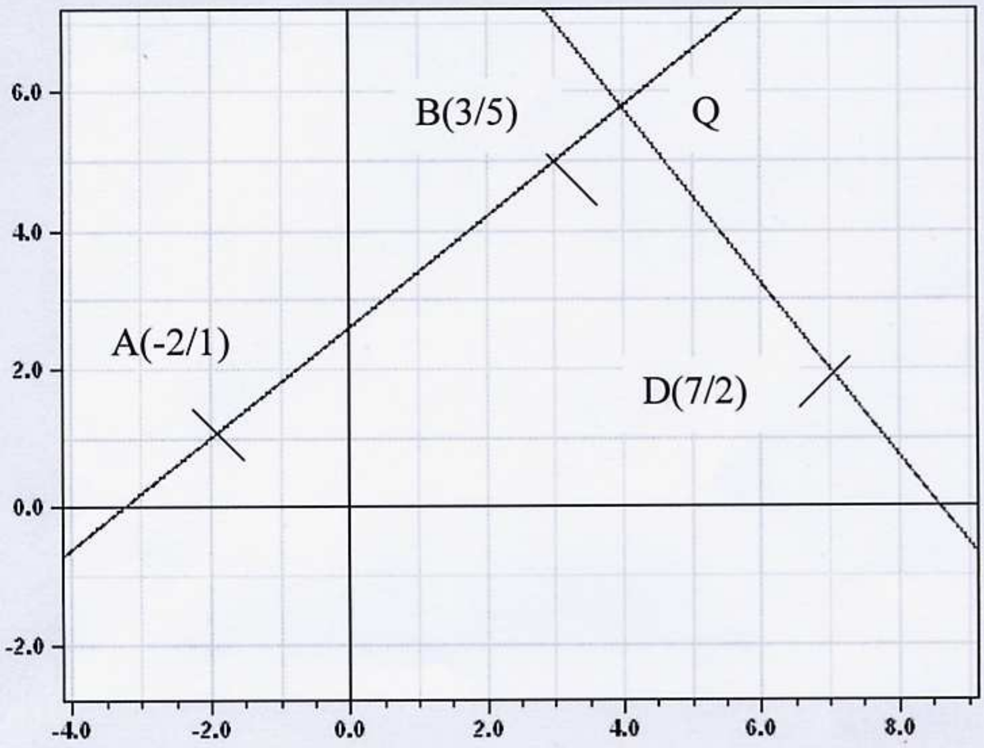
Hinweise:
- Von den **vier** Aufgabengruppen sind nach freier Wahl, nur **drei** zu bearbeiten!
- Jede Aufgabengruppe ist auf einem gesonderten Bogen zu bearbeiten.
- Fehlende Aufgaben sind umgehend der Prüfungsaufsicht anzuzeigen

1. Aufgabengruppe

1.1 Aufgabe 11 Punkte

Die eine Seite einer Straße verläuft durch die Vermessungspunkte A (-2/1) und B(3/5).
Die andere Straßenseite ist parallel zu $\overline{AB}$ und geht durch den Punkt D(7/2).
Berechnen Sie von D aus die Breite der Straße.
Bemerkung: Gefordert ist eine saubere Zeichnung, in der **alle** Hilfsgrößen, die in der Rechnung gebraucht werden beschriftet sind.

Lösung



2 P

Geradengleichung durch A und B $y_{AB} = \frac{4}{5}x + \frac{13}{5}$ **3 P**

Geradengleichung durch D senkrecht zur Geraden durch A und B $y_D = \frac{-5}{4}x + \frac{43}{4}$ **3 P**

Schnittpunkt der Geraden mit Abstandsberechnung. $Q\left(\frac{163}{41} / \frac{237}{41}\right)$ d = 4,84 LE **3 P**

1.2Aufgabe 14 Punkte

Der Gateway-Arch in St. Louis ist nahezu parabelförmig. Seine Höhe und Fußspannweite sind gleich und betragen beide 192m.
Bestimmen Sie die Gleichungen der Parabeln:
(Mit Skizzen)

1.2.1 Wenn der Boden entlang der x- Achse und die y-Achse durch den Scheitelpunkt verlaufen soll.

1.2.2 Wenn der Boden entlang der x-Achse und die y-Achse durch den linken Bogenpunkt verlaüft.
Scheitelgleichung oder Normalform.

Wählen Sie nun als Bogengleichung: $g(x) = -\frac{1}{50}x^2 + 150$

Dies ist nicht die Lösung aus 1.2.1 oder 1.2.2

1.2.3 Durch den Bogen fliegen oft Kunstflieger.
In welcher Höhe, vom Erdboden gemessen, darf ein Flugzeug – mit einer Spannweite von 15m - maximal fliegen, wenn links und rechts noch je ein Sicherheitsabstand von 1m einzuhalten ist.
In der Mitte des Flugzeugs muss der Abstand nach oben mindestens zwei Meter betragen.
Beurteilen Sie das Ergebnis.

Lösung 1.2.1	Lösung 1.2.2
$f(x) = ax^2 + 192$ $f(96) = a \cdot 96^2 + 192 \Rightarrow a = \frac{-192}{96^2}$ $a = \frac{-1}{48} \quad f(x) = \frac{-1}{48}x^2 + 192$ **4 P + 1 P Skizze**	Aus 1.2.1 ergibt sich $a = \frac{-1}{48}$ $f(x) = \frac{-1}{48}\left((x-96)^2\right) + 192$ oder $f(x) = \frac{-1}{48}x^2 + 4x$ aus $\otimes 192 = a \cdot 96^2 + b \cdot 96$, $\oplus 0 = a \cdot 192^2 + b \cdot 192$ **4 P + 1 P Skizze** Lösung 1.2.3 $h = f(8{,}5) = -\frac{1}{50}x^2 + 150 \Rightarrow h = 148{,}56m$ **2 P** Z. B. Der Abstand zum Scheitelpunkt ist zu gering. **2 P**

2 Aufgabengruppe

2.1 Aufgabe 14 Punkte

Übersicht: der Main und seine Nebenflüsse sowie die wichtigsten Orte

In einem Koordinatensystem kann ein Teil des Mainverlaufs von Wertheim nach Bamberg annähernd durch die Funktionsvorschrift $f(x) = -0{,}1x^4 + 1{,}5x^3 - 7x^2 + 10x$ beschrieben werden. Der Koordinatenursprung liegt in Wertheim. Würzburg und Bamberg liegen dann auf der positiven x-Achse im Osten.

Beantworten Sie folgende Fragen:

2.1.1 An welchen Punkten ist der Fluss von dieser West-Ost-Linie am weitesten entfernt? (Nachweis nicht gefordert)

2.1.2 In welchen Punkten des Flussverlaufes muss ein Kapitän von rechts nach links, bzw. von links nach rechts einschlagen?

2.1.3 In welchen Punkten verläuft der Kurs in NO – Richtung?

2.1.4 Würzburg liegt in diesem Koordinatensystem im Punkt W, Bamberg in B. Berechnen Sie diese Punkte.

2.1.5 Zwischen Würzburg und Bamberg schneidet die x-Achse des Koordinatensystems nochmals den Main im Punkt N.
Berechnen Sie die Fläche, die der Main mit der Strecke $\overline{WN}$ einschließt. Stammfunktion ist gefordert.

2.1.1Extrema H1(1,01627|4,40081) T1(3,85888|-1,62833) H2(6,37486|2,72556)	3P	2.1.2 Wendepunkte : ============== W1 (2,20215|1,74238) W2 (5,29785|0,774978)	2 P
2.1.3 NO Steigung muss 45° sein $-0{,}4x^3+4{,}5x^2-14x+10 = 1$ $P_1(0{,}86/4{,}32)$ $P_2(6{,}16/2{,}61)$ $P_3(4{,}22/-1{,}45)$	4 P	2.1.4Nullstellen : ============== N1(0|0) N2(2,76393|0) Würzburg	1 P
2.1.5 Flächenberechnung [2,76 bis 5] A= 2,38 FE N3(5|0) Schnittpunkt N	2 P 1 P	N4(7,23607|0) Bamberg	1 P

2.2 Aufgabe 11 Punkte

Eine Golfbahn ist vom Abschlag A aus die ersten 50 m eben und steigt dann unter einem Winkel von 10° an. Der abgeschlagene Ball erreicht seine maximale Höhe von 8m nach 35 m. Wo landet der Ball koordinatenmäßig, wenn man von einer parabelförmigen Flugbahn ausgeht. Zeichnen Sie auch den Sachverhalt.
[1cm soll 10m entsprechen]

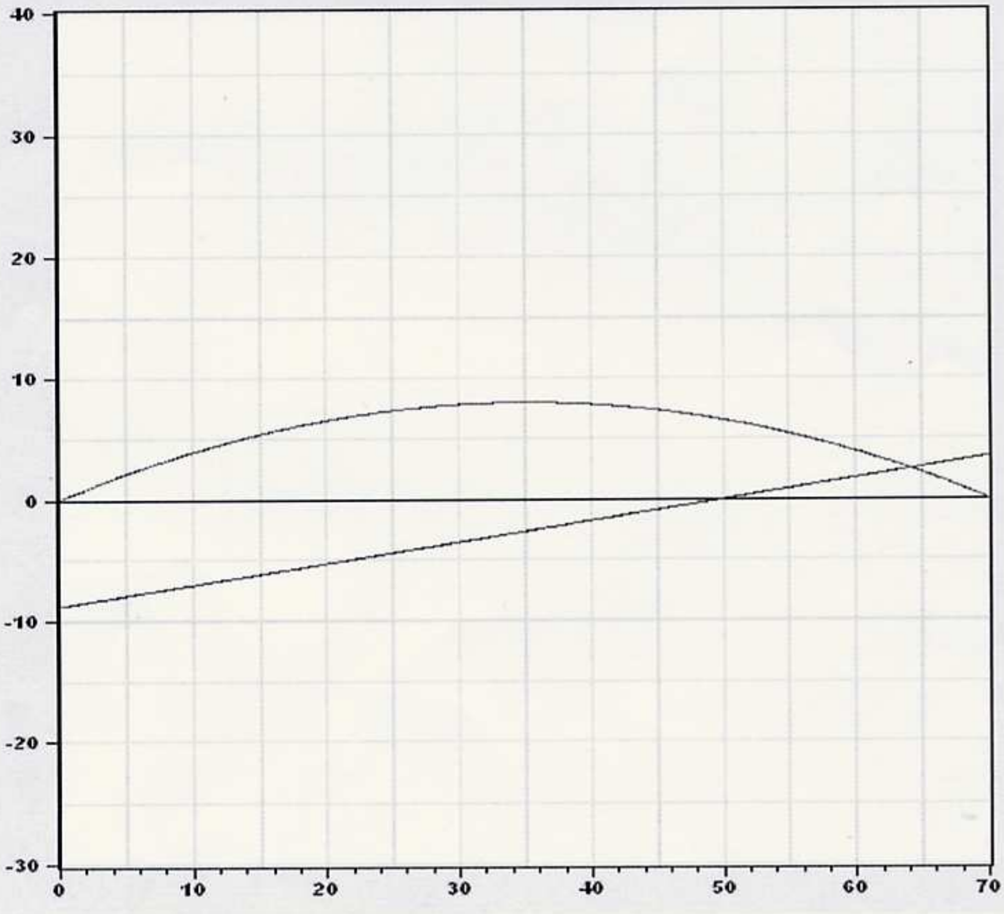
Lösung: P (64,1/2,47)
Parabelgleichung; Geradengleichung; Schnittpunkt

$Parabel: \; f(0)=0 \;;\; f(35)=8; \;\; f`(35)=0 \Rightarrow f(x)=-\frac{8}{1225}x^2+\frac{16}{35}x$ **4 P**

$Gerade: y = 0{,}176x-8{,}81 \quad \tan 10° = 0{,}167 \quad E(50/0)$ **3 P**

$Schnittpunkte: 0=-\frac{8}{1225}x^2+\frac{246}{875}x+8{,}81 \;\Rightarrow x_1 = 64{,}1 \quad x_2 = -21{,}05 \notin D$ **2 P**

Der Aufschlagpunkt liegt in x- Richtung bei 64,1 m. (y = 2,47)



2 P

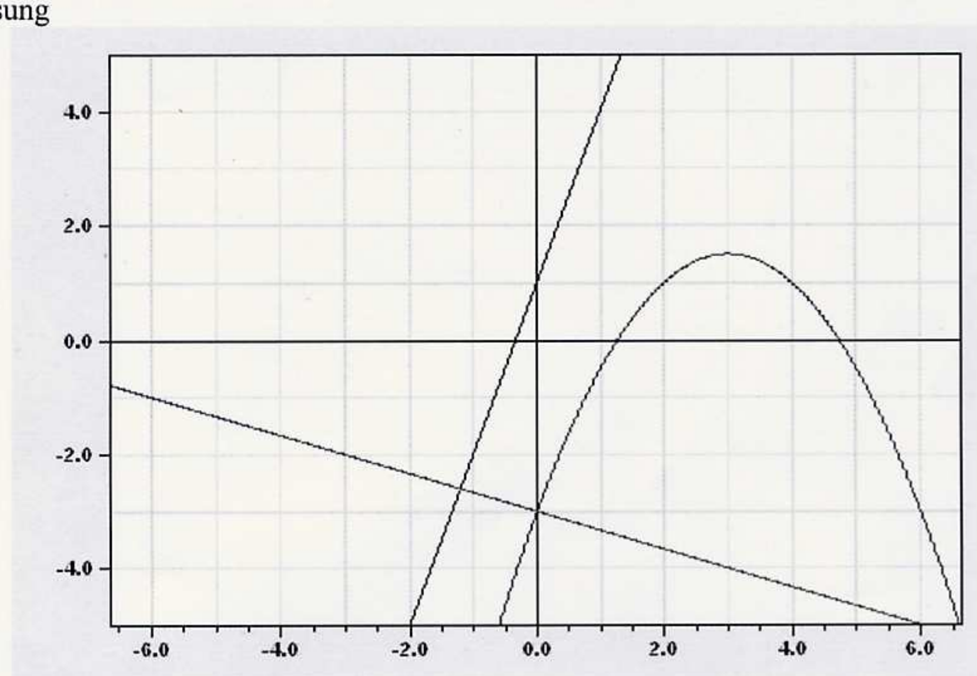
3 Aufgabengruppe

3.1 Aufgabe 12 Punkte

In einem Koordinatensystem wird eine Hafeneinfahrt begrenzt durch eine gerade Mauer mit $g(x) = 3x + 1$ und durch eine gebogene Kaianlage die durch die Gleichung $f(x) = -0{,}5(x-3)^2 + 1{,}5$ beschreiben wird.

Erstellen Sie eine saubere Zeichnung und berechnen Sie die Entfernung $d = \left|\overline{AB}\right|$ an der engsten Stelle. B sei der Punkt auf f(x) und A der Punkt auf g(x).

Lösung



2 P

Steigung der Parabel muss Steigung der Geraden sein $f`(x) = g`(x) \Rightarrow x = 0 \quad B(0/-3)$ **3 P**

$f(x) = -0{,}5x^2 + 3x - 3 \qquad h(x) \perp g(x) \qquad \Rightarrow h(x) = -\frac{1}{3}x - 3$ **4 P**

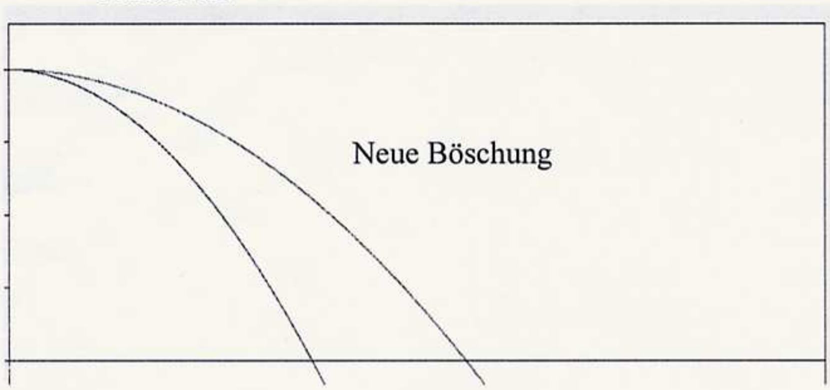
Schnittpunkt A : h(x) mit g(x) $x_1 = -1{,}2 \Rightarrow f(x_1) = -2{,}6$ d =1,26 LE **3 P**

3.2Aufgabe 13 Punkte

Eine Böschung hat die Form einer Parabel mit $f(x) = -0{,}25x^2 + 4 \qquad x, f(x) \geq 0$

Der Querschnitt der Böschung soll um $\frac{16}{3} FE$ vergrößert werden. Die neue Form soll wieder parabelförmig mit gleicher Höhe sein. (Siehe Skizze)

Mathematisch kann man das im ersten Quadranten eines Koordinatensystems betrachten.



Aufgabenstellungen:

3.2.1 Berechnen Sie den Schnittpunkt der alten Böschung mit der x Achse.

3.2.2 Berechnen Sie die Querschnittsfläche der alten Böschung.

3.2.3 Berechnen Sie die Querschnittsfläche der neuen Böschung.
Benennen Sie den Schnittpunkt der neuen Parabel mit der x – Achse S (t / 0).

3.2.4 Berechnen Sie sowohl t als auch die neue Parabelgleichung.

Lösung

$f(x) = 0 \quad \Rightarrow x = 4 \qquad A(x) = \int_0^4 (-0{,}25x^2 + 4)dx = \frac{32}{3} FE$ **3 P**

Neue Parabel $g(x) = ax^2 + 4$ Ansatz $A(neu) = \int_0^t (ax^2 + 4)dx = \frac{32}{3} + \frac{16}{3} = \frac{48}{3}$ **4 P**

$g(t) = 0 = at^2 + 4 \quad \Rightarrow a = \frac{-4}{t^2} \quad in \quad A(neu) \Rightarrow \frac{-4t}{3} + 4t = \frac{48}{3} \quad \Rightarrow t = 6 \quad und \quad a = \frac{-1}{9}$ **5 P**

Neue Funktion $g(x) = \frac{-1}{9}x^2 + 4$ **1 P**

4. Aufgabengruppe

4.1 Aufgabe 16 Punkte

Die Firma Gartenbau hat einen Ultra Dünger entwickelt, der nach der Gleichung

$$f(x) = \frac{5x}{(2x+1)^2}$$

wirkt. **X ist die Zeit in Stunden.**

f(x) sei die Düngewirkung gemessen in DG.

4.1.1 Geben Sie eine sinnvolle Definitionsmenge an.

4.1.2 Wann und wie hoch ist die maximale Wirkung?
Nachweis ist nicht erforderlich.

4.1.3 Wie hoch ist die Düngewirkung nach 90 Minuten?
Geben Sie das Ergebnis in Prozent an.

4.1.4 Welche Änderung hat die Düngewirkung nach 90 Minuten?
Nimmt die Wirkung ab oder zu?

4.1.5 Nach welcher Zeit beträgt die Düngewirkung noch 25 Promille?

4.1.6 Ab welchem Zeitpunkt verlangsamt sich die Abnahme der Düngewirkung?
Erklären Sie nur den Rechenweg!

4.1.7 Der Hersteller behauptet, dass die Düngewirkung theoretisch immer anhält. Nehmen Sie dazu Stellung mit mathematischer Begründung!

4.1.8 Zeichnen Sie die Funktion in einem aussagekräftigen Bereich.

BBS Landau   Abschlussprüfung Mathematik BOS I, DBOS, HBF 2010

Lösung zu 4

4. Aufgabengruppe   LÖSUNG

4.1 Aufgabe

Die Firma Gartenbau hat einen Ultra Dünger entwickelt, der nach der Gleichung

$$f(x) = \frac{5x}{(2x+1)^2}$$ wirkt. X ist die Zeit in Stunden.

f(x) sei die Düngewirkung gemessen in DG.

4.1.1. Geben Sie eine sinnvolle Definitionsmenge an.

Definitionsmenge $x>0$ **1 P**

4.1.2. Wann und wie hoch ist die maximale Wirkung?
Nachweis ist nicht erforderlich.

$$f`(x) = \frac{-20x^2+5}{(2x+1)^4} \Rightarrow x_E = \frac{1}{2} \quad x = 30\,\text{min} \quad f(0,5) = 0,625\,DG$$ **4 P**

4.1.3. Wie hoch ist die Düngewirkung nach 90 Minuten?

$f(1,5) = 0,46875 \quad DG$ oder 46,87% **2 P**

4.1.4. Welche Änderung hat die Düngewirkung nach 90 Minuten? Nimmt die Wirkung ab oder zu?

$f`(1,5) = -0,1562$ d.h. um 15,62% ab **2 P**

4.1.5. Nach welcher Zeit beträgt die Düngewirkung noch 25 Promille?

$$\frac{25}{1000} = \frac{5x}{(2x+1)^2} \qquad -100x^2 + 4900x - 25 = 0$$

x = 48,99 nach 49 Stunden

Der zweite Wert x = 0,00510 ist nicht relevant. **3 P**

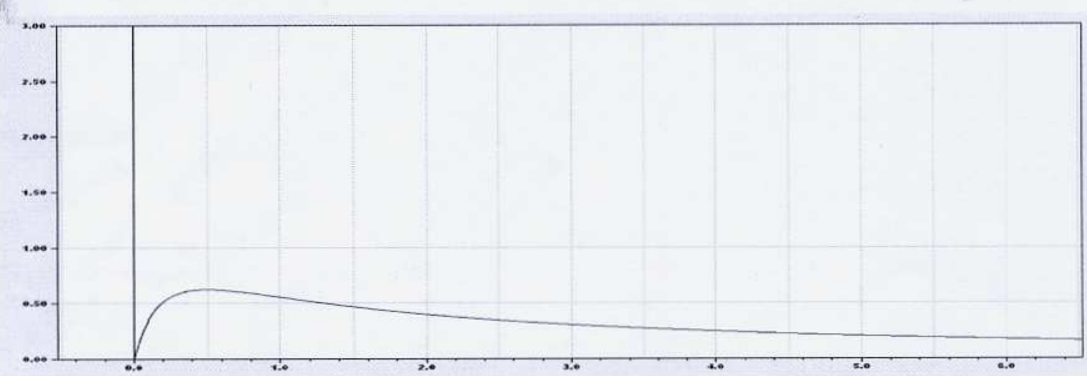
4.1.6. Ab welchem Zeitpunkt verlangsamt sich die Abnahme der Düngewirkung? Erklären Sie nur den Rechenweg! **1 P**

Wendepunkt W (1| 0,555)

4.1.7. Der Hersteller behauptet, dass die Düngewirkung theoretisch immer anhält. Nehmen Sie dazu Stellung mit mathematischer Begründung!

Man berechnet die Asymptote. Da Grad Z < Grad N ist die Asymptote die x – Achse. **2P**

4.1.8 Zeichnen Sie die Funktion



1 P

4.2 Aufgabe 9 Punkte

Eine Regentonne ist 100 cm hoch und hat einen Durchmesser von 60 cm und am tiefsten Punkt einen Ablaufhahn. Die Wasserhöhe kann durch

$h(t) = \frac{1}{16}t^2 - 5t + 100$ beschrieben werden. [t in Minuten; h in cm]

4.2.1 Berechnen Sie das Volumen in Liter.
4.2.2 Nach welcher Zeit ist die vollgefüllte Tonne leer?
4.2.3 Wie hoch ist der Wasserstand nach 10 Minuten?
4.2.4 Berechnen Sie die Auslaufgeschwindigkeit zum Zeitpunkt t = 10 (Minuten).
4.2.5 Skizieren Sie den Sachverhalt in einem geeigneten Koordinatensystem. (Mit Beschriftung der Achsen)

Lösung

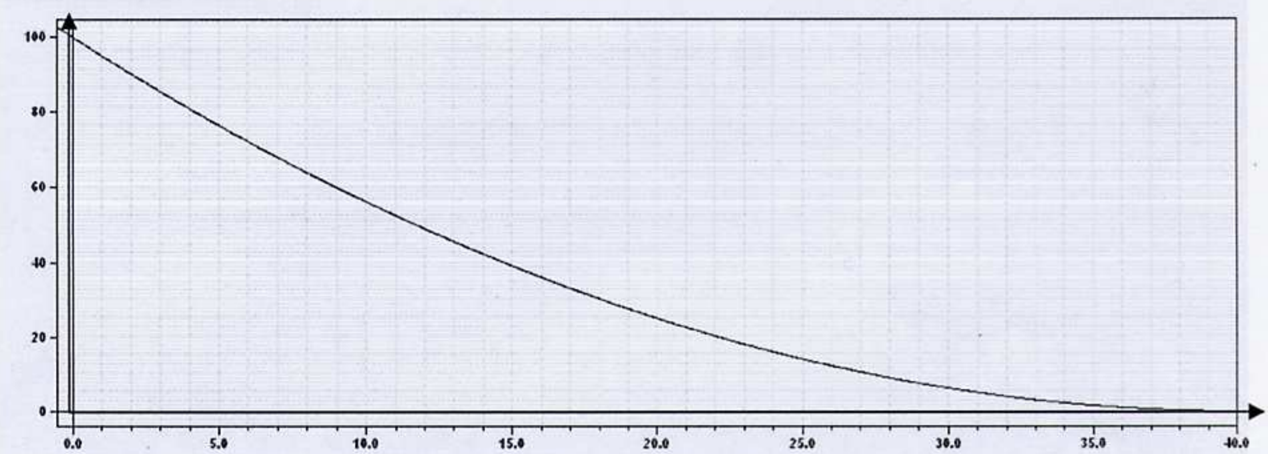
4.2.1 $V = r^2 \cdot \pi \cdot h \quad V = 282{,}74\,Liter$ **1 P**

4.2.2 $h(t) = 0 \quad \Rightarrow t = 40\,Minuten$ **2 P**

4.2.3 $h(10) = 56{,}25\,cm$ **1 P**

4.2.4 $h`(10) = -3{,}75\frac{cm}{\min}$ **3 P**

4.2.5 Höhe h in cm **2 P**



Zeit t in Minuten

Punkte	Note
75 -65	1
64 -54	2
53 -42	3
41 -31	4
30 -16	5
15 -0	6