

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2017

Aufgabe für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	Analytische Geometrie	WTR

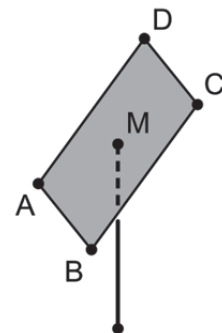
1 Aufgabe

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(0|0|1)$, $B(2|6|1)$ und $C(-4|8|5)$ gegeben.

- Begründen Sie, dass die Gerade AB parallel zur x_1x_2 -Ebene verläuft.
- Weisen Sie nach, dass
 - der Punkt $M(-2|4|3)$ der Mittelpunkt der Strecke \overline{AC} ist;
 - das Dreieck ABC bei B einen rechten Winkel hat.
- Bestimmen Sie die Koordinaten des Punkts D, für den das Viereck ABCD ein Rechteck ist.
- Das Rechteck ABCD liegt in einer Ebene E. Ermitteln Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform.

(zur Kontrolle: $3x_1 - x_2 + 5x_3 - 5 = 0$)

Solarmodule werden auf einem Trägergestell montiert, das an einem vertikal stehenden Metallrohr befestigt ist. Die gesamte Fläche der Solarmodule wird modellhaft durch das Rechteck ABCD dargestellt, der Befestigungspunkt des Metallrohrs am Trägergestell durch den Punkt M (vgl. Abbildung). Im Koordinatensystem beschreibt die x_1x_2 -Ebene den horizontalen Untergrund, auf dem das Metallrohr steht; eine Längeneinheit entspricht 1 m in der Wirklichkeit.



BE

2

4

1

4

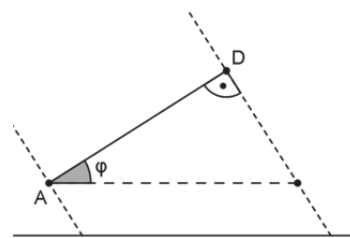
e	Im Sinne eines möglichst großen Energieertrags sollte der Neigungswinkel der Modulfläche gegenüber der Horizontalen zwischen 30° und 36° liegen. Prüfen Sie, ob diese Bedingung erfüllt ist.	3
f	Das Metallrohr lässt sich im Modell durch eine Strecke darstellen. Geben Sie eine Gleichung dieser Strecke an.	2
g	Zum betrachteten Zeitpunkt fällt das Sonnenlicht, das im Modell durch parallele Geraden dargestellt wird, senkrecht auf die Fläche der Solarmodule. Diese Fläche erzeugt auf dem horizontalen Untergrund einen rechteckigen Schatten. Begründen Sie die folgende Aussage unter Verwendung einer geeignet beschrifteten Skizze: <i>Der Flächeninhalt des Rechtecks, das den Schatten im Modell darstellt, ist größer als der Flächeninhalt des Rechtecks ABCD.</i>	4
		20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe dar, in welchem Umfang und in welcher Form eine Lösung erwartet wird; nicht alle Lösungen sind dazu vollständig ausgeführt. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
a	Die x_3 -Koordinaten der Punkte A und B stimmen überein.	2
b	$\diamond \vec{OM} = \vec{OA} + \frac{1}{2} \cdot \vec{AC}$ $\diamond \vec{BA} \circ \vec{BC} = 0$	4
c	$\vec{OD} = \vec{OA} + \vec{BC}$, $D(-6 2 5)$	1
d	$E: \vec{x} = \vec{OA} + \lambda \cdot \vec{AB} + \mu \cdot \vec{AC}$; $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ Das daraus resultierende Gleichungssystem I $x_1 = 2\lambda - 4\mu$ II $x_2 = 6\lambda + 8\mu$ III $x_3 = 1 + 4\mu$ liefert $3x_1 - x_2 + 5x_3 - 5 = 0$.	4
e	Mit $\vec{m} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ ergibt sich: $\cos \varphi = \frac{\vec{m} \circ \vec{n}}{ \vec{m} \cdot \vec{n} }$, d. h. $\varphi \approx 32,3^\circ$ Die Bedingung ist erfüllt.	3
f	$\vec{x} = \vec{OM} + \sigma \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\sigma \in [-3; 0]$	2

- g** Der Flächeninhalt eines Rechtecks ist der Wert des Produkts der Seitenlängen. Die Gerade AB verläuft parallel zur x_1x_2 -Ebene, die Gerade AD nicht. Damit ist die eine Seite des Rechtecks, das den Schatten im Modell darstellt, genauso lang wie die Strecke \overline{AB} , die andere Seite länger als die Strecke \overline{AD} .



4

20

3 Standardbezug

Teilaufg.	BE	Leitideen					allgemeine mathematische Kompetenzen ¹						Anforderungsbereich		
		L1	L2	L3	L4	L5	K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	2	X		X			I				I		X		
b	4	X		X			I				I		X		
c	1	X		X				I			I		X		
d	4	X		X							II			X	
e	3	X	X	X					I		II			X	
f	2	X	X	X				II	II			I		X	
g	4		X	X			III			II		III			X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist passend zur Konzeption der Aufgaben der Aufgabensammlung und des Abituraufgabenpools ein Bewertungsschlüssel² vorgesehen, der angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

¹ Für jede Kompetenz, die bei der Bearbeitung der Teilaufgabe eine wesentliche Rolle spielt, ist der Anforderungsbereich (I, II oder III) eingetragen, in dem die Kompetenz benötigt wird.

² Der Bewertungsschlüssel ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.