

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2017

Aufgabe für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	Analytische Geometrie	CAS

1 Aufgabe

In einem kartesischen Koordinatensystem ist die gerade Pyramide ABCDS mit $A(0|0|0)$, $B(5|0|0)$, $C(5|5|0)$ und $D(0|5|0)$ sowie der Spitze $S(2,5|2,5|3,9)$ gegeben.

- | | |
|--|----------------|
| a Zeichnen Sie die Pyramide in ein Koordinatensystem ein. | BE
3 |
| b Begründen Sie ohne Verwendung von Vektoren, dass die Grundfläche der Pyramide ein Quadrat ist. | 2 |
| c Bestimmen Sie den Inhalt einer Seitenfläche der Pyramide. | 2 |
| d Die Punkte A, B und S liegen in einer Ebene E. Bestimmen Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform. | 3 |

(zur Kontrolle: $E : -39y + 25z = 0$)

Die Pyramide stellt modellhaft ein geschlossenes Zelt dar, das auf horizontalem Untergrund steht. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht einem Meter in der Realität.

- | | |
|---|---|
| e Bestimmen Sie die Größe des Neigungswinkels einer Zeltwand gegenüber der Horizontalen. | 2 |
| f Auf das Zelt treffendes Sonnenlicht lässt sich im Modell zu einem bestimmten Zeitpunkt durch parallele Geraden mit dem Richtungsvektor $\begin{pmatrix} 7,5 \\ -12,5 \\ -3,9 \end{pmatrix}$ beschreiben. Zu diesem Zeitpunkt trifft Sonnenlicht durch ein kleines Loch in einer Zeltwand genau auf | 3 |

den Eckpunkt des Zeltbodens, der durch den Punkt B beschrieben wird. Der Punkt $L(x_L | y_L | 1,3)$ stellt das Loch in der Zeltwand dar. Bestimmen Sie die Werte von x_L und y_L .

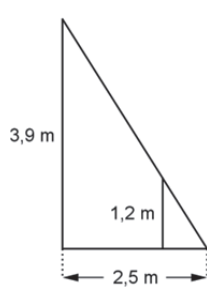
- g** Auf einem Teil des Zeltbodens hat ein 1,20 m großes Kind die Möglichkeit, aufrecht zu stehen. Bestimmen Sie auf der Grundlage des Modells den Anteil des Flächeninhalts dieses Teils am Flächeninhalt des gesamten Zeltbodens. Veranschaulichen Sie Ihr Vorgehen anhand einer geeignet beschrifteten Skizze.

20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe dar, in welchem Umfang und in welcher Form eine Lösung erwartet wird; nicht alle Lösungen sind dazu vollständig ausgeführt. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
a	3
b Alle Seiten des Vierecks ABCD haben die Länge 5. Da A der Koordinatenursprung ist sowie B und D auf den Koordinatenachsen liegen, hat das Viereck bei A einen rechten Winkel.	2
c $\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \sqrt{3,9^2 + 2,5^2} \approx 11,6$	2
d $E: \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r \cdot \overrightarrow{AB} + s \cdot \overrightarrow{AS}; r, s \in \mathbb{R}$ Das daraus resultierende Gleichungssystem I $x = 5r + 2,5s$ II $y = 2,5s$ III $z = 3,9s$ liefert: $E: -39y + 25z = 0$	3
e Mit $\vec{m} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ -39 \\ 25 \end{pmatrix}$ ergibt sich für den Neigungswinkel φ der Zeltwand, die durch das Dreieck ABS dargestellt wird: $\cos \varphi = \frac{ \vec{m} \cdot \vec{n} }{ \vec{m} \cdot \vec{n} }$, d. h. $\varphi \approx 57,3^\circ$	2
f Für $t \in \mathbb{R}$ liefert $\begin{pmatrix} x_L \\ y_L \\ 1,3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 7,5 \\ -12,5 \\ -3,9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} : x_L = \frac{5}{2}, y_L = \frac{25}{6}$	3

g	 $\frac{\left(2 \cdot \left(2,5\text{m} - \frac{1,2}{3,9} \cdot 2,5\text{m}\right)\right)^2}{(5\text{m})^2} \approx 48\%$	5
		20

3 Standardbezug

Teil-aufg.	BE	Leitideen					allgemeine mathematische Kompetenzen ¹						Anforderungsbereich		
		L1	L2	L3	L4	L5	K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3	X		X						I			X		
b	2	X	X	X			I				I	I	X		
c	2	X	X	X				I			I		X		
d	3	X		X							II			X	
e	2	X	X	X					I		II			X	
f	3	X		X				II	II		II			X	
g	5		X	X			II	III		II					X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist passend zur Konzeption der Aufgaben der Aufgabensammlung und des Abituraufgabenpools ein Bewertungsschlüssel² vorgesehen, der angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

¹ Für jede Kompetenz, die bei der Bearbeitung der Teilaufgabe eine wesentliche Rolle spielt, ist der Anforderungsbereich (I, II oder III) eingetragen, in dem die Kompetenz benötigt wird.

² Der Bewertungsschlüssel ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.