Pflichtteilaufgaben zu Zeichnerische Darstellung

Baden-Württemberg

Hilfsmittel: keine

allgemeinbildende Gymnasien

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

September 2016

Abituraufgaben (Haupttermin)

Aufgabe 1: (Abiturprüfung 2015)
Gegeben ist die Ebene E: $4x_1 + 3x_3 = 12$.

a) Stellen Sie E in einem Koordinatensystem dar.
b) Bestimmen Sie alle Punkte der x_3-Achse, die von E den Abstand 3 haben.

Aufgabe 2: (Abiturprüfung 2014)
Gegeben sind die Ebenen E: $x_1 + x_2 = 4$ und F: $x_1 + x_2 + 2x_3 = 4$.

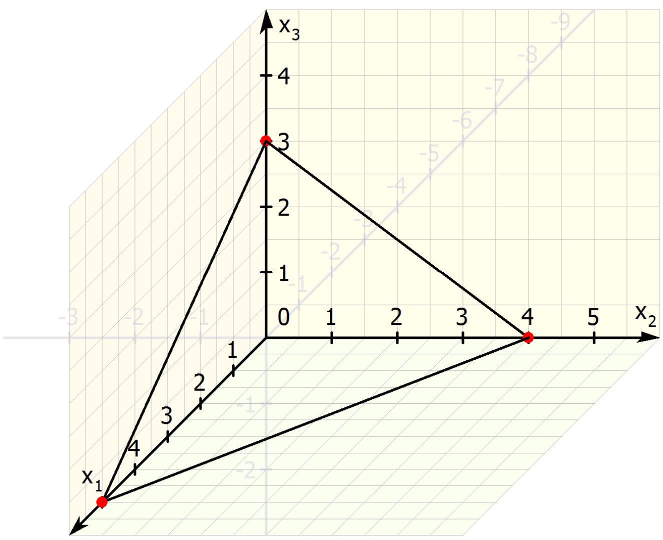
a) Stellen Sie die beiden Ebenen in einem gemeinsamen Koordinatensystem dar.
Geben Sie eine Gleichung der Schnittgeraden von E und F an.
b) Die Ebene G ist parallel zur x_1-Achse und schneidet die x_2x_3 – Ebene in derselben Spurgeraden wie die Ebene F.
Geben Sie eine Gleichung der Ebene G an.

Aufgabe 3: (Abiturprüfung 2006)

Gegeben sind die Ebenen E_1: $4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 12$ und E_2: $3x_1 + 2x_2 = 6$.
Stellen Sie die beiden Ebenen in einem Koordinatensystem dar.
Zeichnen Sie die Schnittgerade der beiden Ebenen ohne weitere Rechnung ein.

Aufgabe 4: (Abiturprüfung 2004)

Ermitteln Sie eine Koordinatengleichung der dargestellten Ebene.



Lösungen

Aufgabe 1:

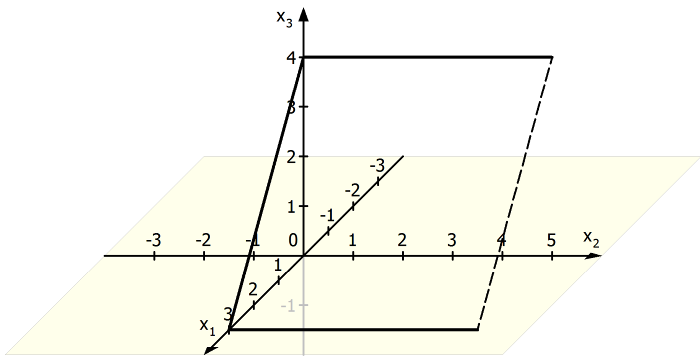
a) Schnittpunkte der Ebene E: $4x_1 + 3x_3 = 12$ mit den Koordinatenachsen:

$S_{x_1}(x_1 / 0 / 0) = S_{x_1}(3 / 0 / 0)$

$S_{x_2}(0 / x_2 / 0)$ existiert nicht, da dies auf einen Widerspruch 0 = 12 führt

$S_{x_3}(0 / 0 / x_3) = S_{x_3}(0 / 0 / 4)$

Die Ebene ist folglich parallel zur x_2-Achse.



b) Ein Punkt auf der x_3-Achse hat die Koordinaten $P(0 / 0 / a)$.

HNF von E: $\dfrac{4x_1 + 3x_3 - 12}{5} = 0$

Einsetzen des Punktes P ergibt: $\left|\dfrac{3a - 12}{5}\right| = 3$

Fall 1: $\dfrac{3a-12}{5} = 3 \Rightarrow 3a - 12 = 15 \Rightarrow a = 9 \Rightarrow P_1(0 / 0 / 9)$

Fall 2: $\dfrac{3a-12}{5} = -3 \Rightarrow 3a - 12 = -15 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow P_2(0 / 0 / -1)$

Aufgabe 2:

a) Schnittpunkte der Ebene E: $x_1 + x_2 = 4$ mit den Koordinatenachsen:

$S_{x_1}(x_1 / 0 / 0) = S_{x_1}(4 / 0 / 0)$

$S_{x_2}(0 / x_2 / 0) = S_{x_2}(0 / 4 / 0)$

$S_{x_3}(0 / 0 / x_3)$ existiert nicht, da dies auf einen Widerspruch 0 = 4 führt.

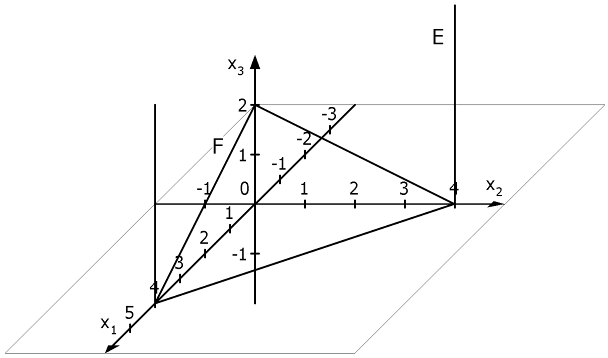
Die Ebene ist folglich parallel zur x_3-Achse.

Schnittpunkte der Ebene F: $x_1 + x_2 + 2x_3 = 4$ mit den Koordinatenachsen:

$S_{x_1}(x_1 / 0 / 0) = S_{x_1}(4 / 0 / 0)$

$S_{x_2}(0 / x_2 / 0) = S_{x_2}(0 / 4 / 0)$

$S_{x_3}(0 / 0 / x_3) = S_{x_3}(0 / 0 / 2)$



Die Schnittgerade der Ebenen E und F ist die Gerade durch die Punkte $S_{x_1}(4 / 0 / 0)$ und $S_{x_2}(0 / 4 / 0)$.

$$g:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b) Da die Ebene G parallel zur x_1-Achse verläuft, taucht die Variable x_1 nicht in der Koordinatengleichung auf.
Ansatz für die Koordinatengleichung von G: $bx_2 + cx_3 = d$

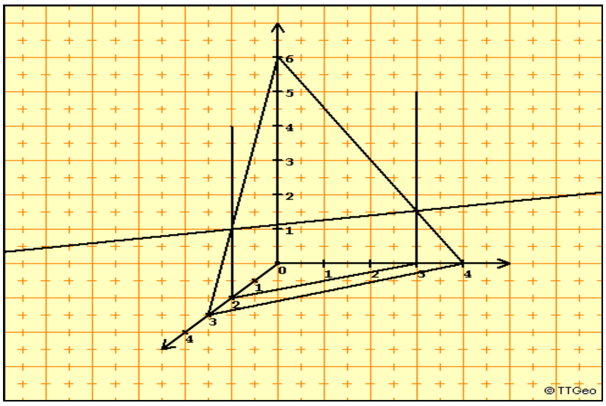
Damit G dieselbe Spurgerade mit der x_2x_3-Ebene wie F besitzt, muss G die Punkte $S_{x_2}(0 / 4 / 0)$ und $S_{x_3}(0 / 0 / 2)$ besitzen.

Einsetzen von S_{x_2} in die Koordinatengleichung: $4b = d$
Einsetzen von S_{x_3} in die Koordinatengleichung: $2c = d$

Wenn man z.B. d = 4 wählt, ergibt sich b = 1 und c = 2.
Eine mögliche Koordinatengleichung von G lautet damit: $x_2 + 2x_3 = 4$

Aufgabe 3:

Um die Ebenen zu zeichnen, sind die Durchstoßpunkte (Spurpunkte) mit den Koordinatenachsen erforderlich.
Die Durchstoßpunkte von E_1 haben die Koordinaten $S_1(3/0/0)$, $S_2(0/4/0)$, $S_3(0/0/6)$.
Die Durchstoßpunkte von E_2 haben die Koordinaten $S_1(2/0/0)$, $S_2(0/3/0)$.
Der Schnittpunkt mit der x_3-Achse existiert nicht, die Ebene ist parallel zu dieser Achse.



Aufgabe 4:

Die Durchstoßpunkte haben die Koordinaten $S_1(5/0/0)$, $S_2(0/4/0)$, $S_3(0/0/3)$.
Anhand der drei Punkte könnte man zunächst eine Parameterform aufstellen und diese in eine Koordinatengleichung umwandeln.

Da es sich hier um die Durchstoßpunkte mit den Koordinatenachsen handelt, geht es auch schneller. Der Hauptnenner der Werte 3 , 4 und 5 ist 60. Diese Zahl steht auf der rechten Seite der Koordinatengleichung.

Die Koeffizienten vor den Variablen auf der linken Seite müssen nun so gewählt werden, dass die Punktkoordinaten die Ebenengleichung erfüllen.

Daraus ergibt sich: E: $\frac{60}{5}x_1 + \frac{60}{4}x_2 + \frac{60}{3}x_3 = 60$

Gesamtergebnis: E: $12x_1 + 15x_2 + 20x_3 = 60$