Pflichtteilaufgaben zu Funktionenkompetenz

Baden-Württemberg

Hilfsmittel: keine

allgemeinbildende Gymnasien

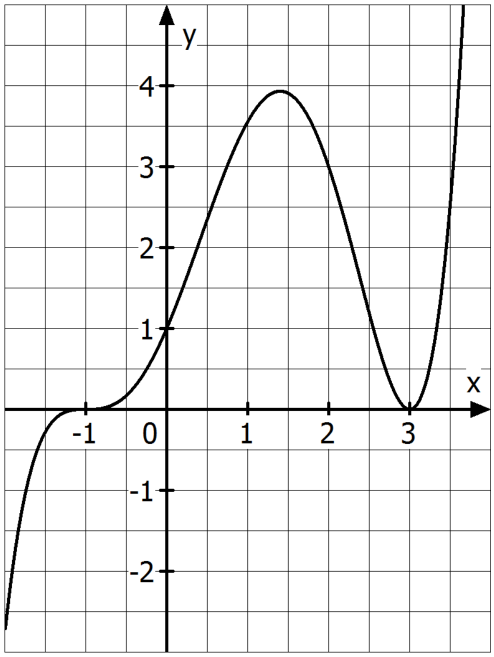
Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

September 2016

Übungsaufgaben:

Ü1:
Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f.
Geben Sie für jeden der folgenden Sätze an, ob er richtig, falsch oder nicht entscheidbar ist.
Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.



a) Das Schaubild von f hat bei x = -1 einen Tiefpunkt.
b) Das Schaubild von f hat für $-2 \leq x \leq 2$ genau einen Wendepunkt.
c) Das Schaubild von f verläuft an der Stelle 1 steiler als die erste Winkelhalbierende.
d) f ist im Intervall [-2 ; 1] streng monoton wachsend.
e) Es gilt: f(3) < f(1).

Abituraufgaben (Haupttermin)

Aufgabe 1: (Abiturprüfung 2016)

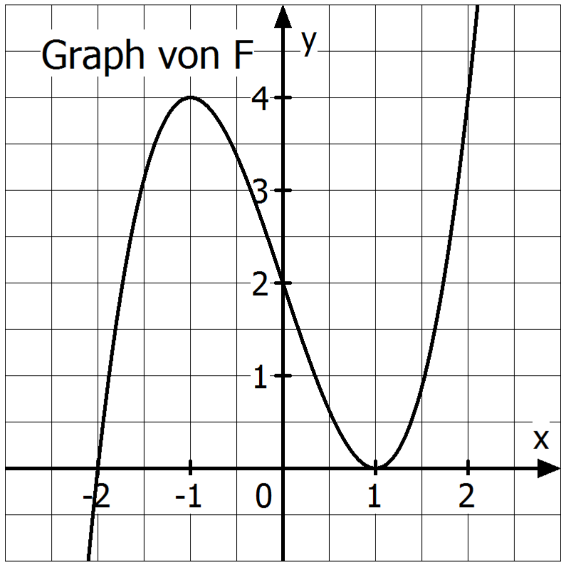
Die Abbildung zeigt den Graphen einer Stammfunktion F einer Funktion f.
Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind.
Begründen Sie jeweils Ihre Entscheidung.

(1) f(1) = F(1)

(2) $\int_0^2 f(x)dx = 4$

(3) f' besitzt im Bereich $-1 \le x \le 1$ eine Nullstelle.

(4) f(F(-2)) > 0



Aufgabe 2: (Abiturprüfung 2015)

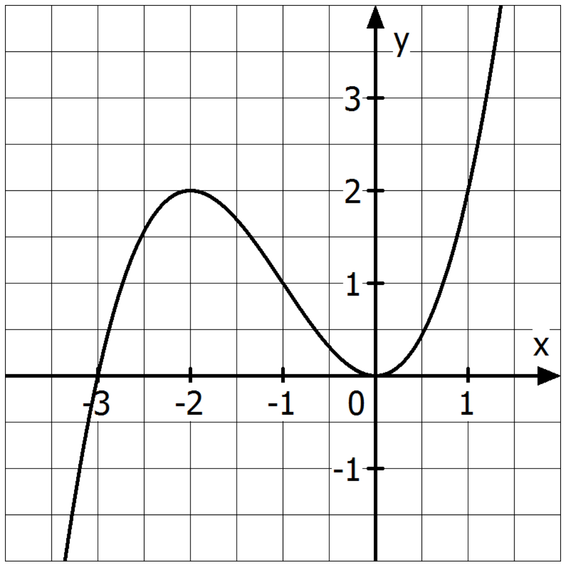
Die Abbildung zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion f' einer ganzrationalen Funktion f.
Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

(1) Der Graph von f hat bei x = -3 einen Tiefpunkt.

(2) f(-2) < f(-1)

(3) $f''(-2) + f'(-2) < 1$

(4) Der Grad der Funktion f ist mindestens vier.

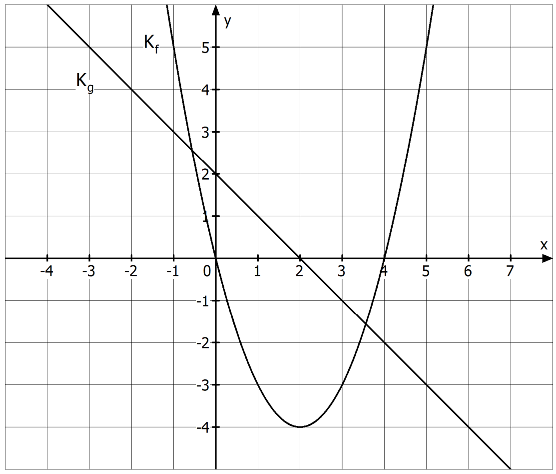


Aufgabe 3: (Abiturprüfung 2014)

Die Abbildung zeigt die Graphen K_f und K_g zweier Funktionen f und g.

a) Bestimmen Sie $f(g(3))$.
Bestimmen Sie einen Wert für x so, dass $f(g(x)) = 0$ ist.

b) Die Funktion h ist gegeben durch $h(x) = f(x) \cdot g(x)$. Bestimmen Sie $h'(2)$.



Aufgabe 4: (Abiturprüfung 2013)

Eine Funktion f hat folgende Eigenschaften:

(1) $f(2) = 1$

(2) $f'(2) = 0$

(3) $f''(4) = 0$ und $f'''(4) \neq 0$

(4) Für $x \to \infty$ und $x \to -\infty$ gilt: $f(x) \to 5$

Beschreiben Sie für jede dieser vier Eigenschaften, welche Bedeutung sie für den Graphen von f hat.
Skizzieren Sie einen möglichen Verlauf des Graphen.

Aufgabe 5: (Abiturprüfung 2012)

Eine der folgenden Abbildungen zeigt den Graphen der Funktion f mit $f(x) = x^3 - 3x - 2$.

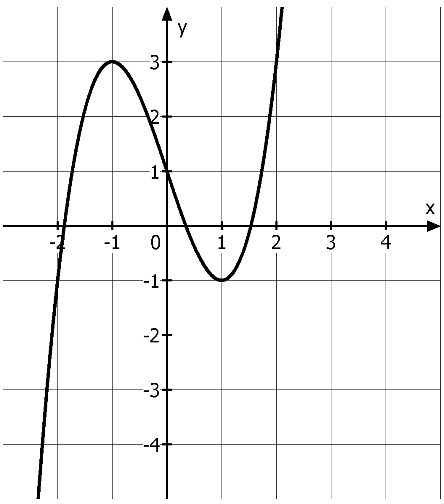


Abb. 1

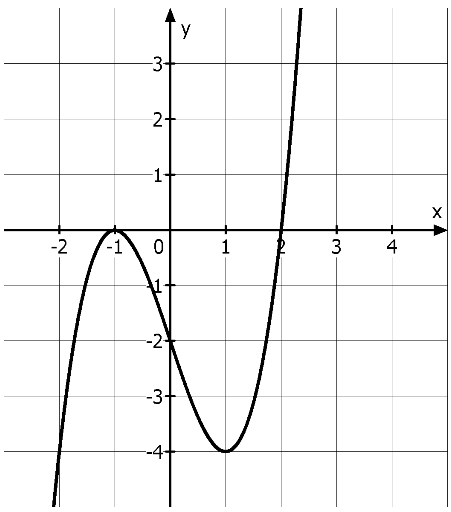


Abb. 2

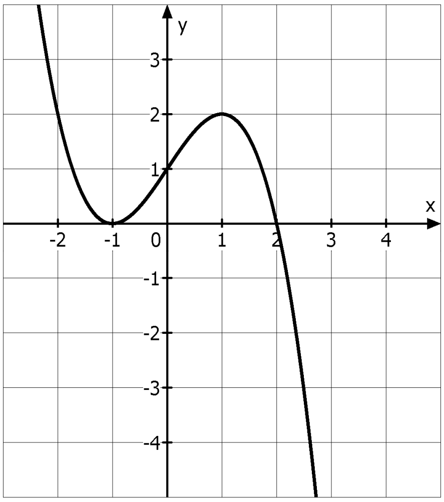


Abb. 3

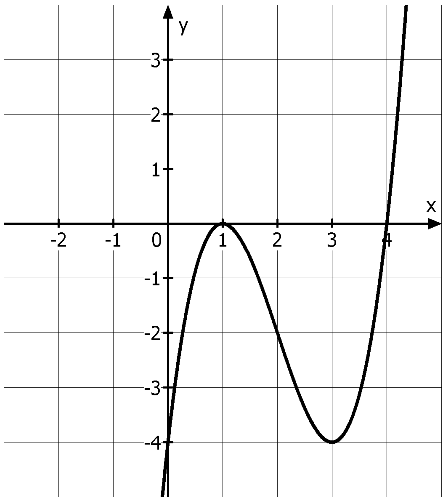


Abb. 4

a) Begründen Sie, dass die Abbildung 2 den Graphen von f zeigt.

b) Von den anderen drei Abbildungen gehört eine zur Funktion g mit $g(x) = f(x-a)$ und eine zur Funktion h mit $h(x) = b \cdot f(x)$

Ordnen Sie diesen beiden Funktionen die zugehörigen Abbildungen zu und begründen Sie Ihre Entscheidung.
Geben Sie die Werte für a und b an.

c) Die bis jetzt nicht zugeordnete Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion k.
Geben Sie ohne Rechnung einen Funktionsterm für k an.

Aufgabe 6 (Abiturprüfung 2011)

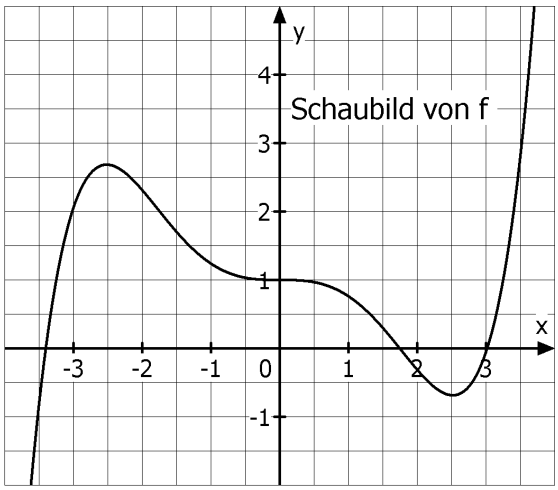
Die Abbildung zeigt das Schaubild einer Funktion f. F ist eine Stammfunktion von f.
Begründen Sie, dass folgende Aussagen wahr sind:

(1) F ist im Bereich $-3 \le x \le 1$ monoton wachsend

(2) f' hat im Bereich $-3{,}5 \le x \le 3{,}5$ drei Nullstellen.

(3) $\int_0^3 f'(x)dx = -1$

(4) O(0/0) ist Hochpunkt des Schaubilds von f'



Aufgabe 7: (Abiturprüfung 2010)

Die vier Abbildungen zeigen Schaubilder von Funktionen einschließlich aller waagrechten Asymptoten.

Eines dieser Schaubilder gehört zur Funktion f mit $f(x)=\frac{a}{1+x^2}-1$.

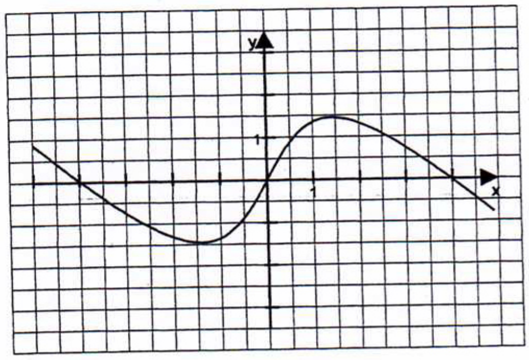


Abb.1

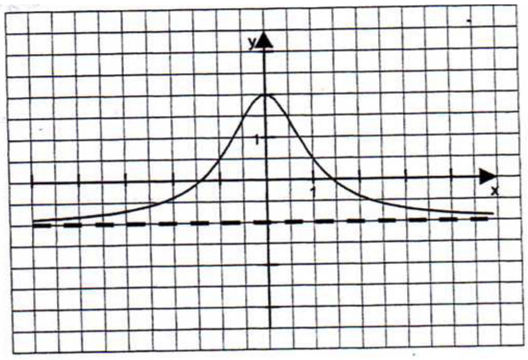


Abb. 2

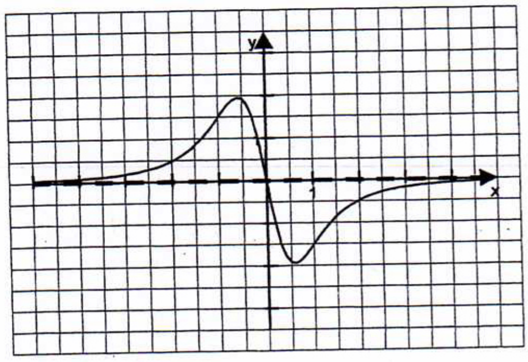


Abb. 3

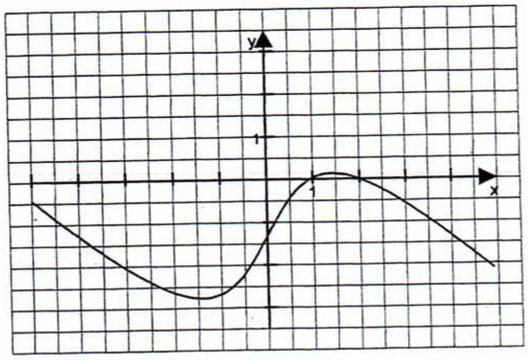


Abb. 4

a) Begründen Sie, dass Abbildung 2 zur Funktion f gehört.
Bestimmen Sie den Wert von a.

b) Von den anderen drei Abbildungen gehört eine zur Ableitungsfunktion f' und eine zur Integralfunktion I mit $I(x)=\int_2^x f(t)dt$. Ordnen Sie diesen beiden Funktionen die zugehörigen Abbildungen zu und begründen Sie jeweils Ihre Entscheidung.

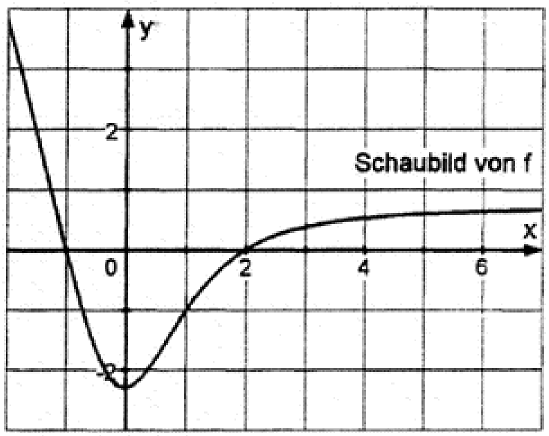
Aufgabe 8: (Abiturprüfung 2009)

Die Abbildung zeigt das Schaubild einer Funktion f.
F ist eine Stammfunktion von f.

a) Welche Aussagen über F ergeben sich daraus im Bereich -2 < x < 7 hinsichtlich
   - Extremstellen
   - Wendestellen
   - Nullstellen ?

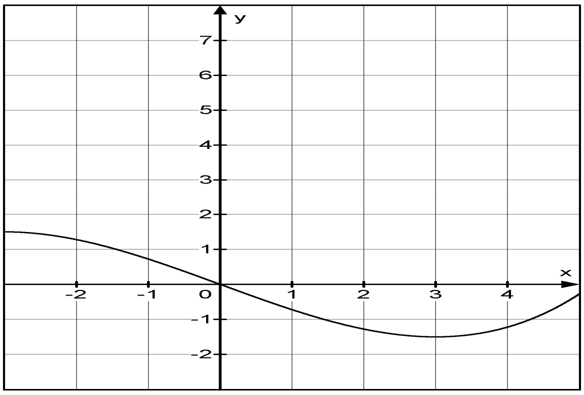
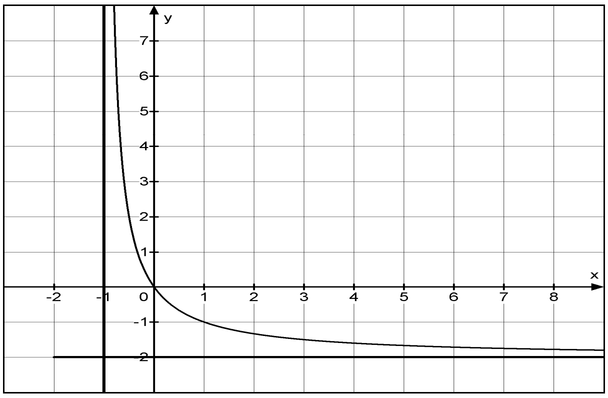
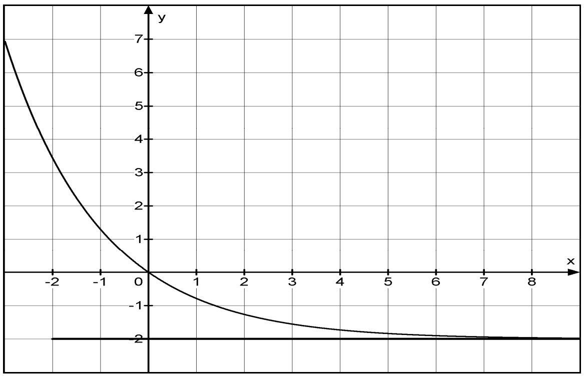
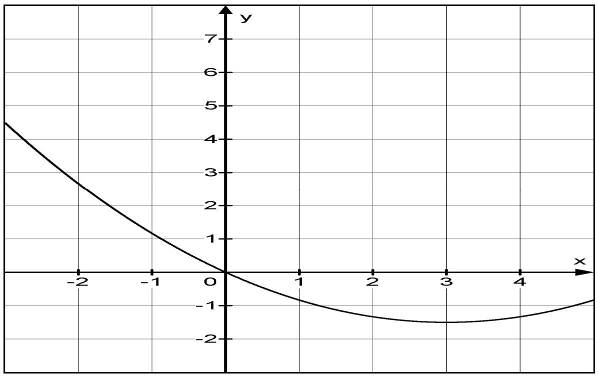
   Begründen Sie Ihre Antworten.

b) Begründen Sie, dass F(6) – F(2) > 1 gilt.



Aufgabe 9: (Abiturprüfung 2008)

Gegeben sind die Schaubilder von vier Funktionen, jeweils mit sämtlichen Asymptoten:

Drei dieser vier Schaubilder werden beschrieben durch die Funktionen f, g und h mit

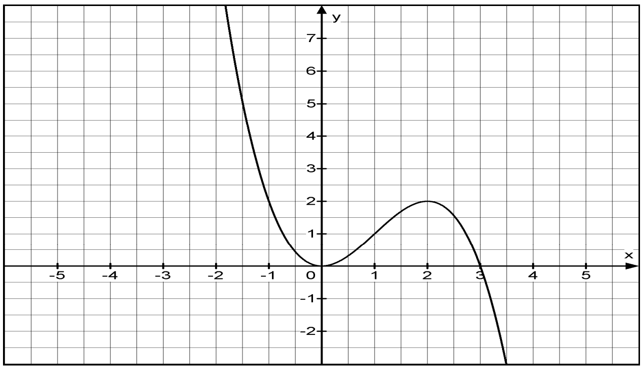
$$f(x)=\frac{-2x}{x+a}\ ,\quad g(x)=-2+b\cdot e^{-0,5x},\quad h(x)=c\cdot x^2-x$$

a) Ordnen Sie den Funktionen f, g und h das jeweils passende Schaubild zu. Begründen Sie Ihre Zuordnung.

b) Bestimmen Sie die Werte für a und b.

Aufgabe 10: (Abiturprüfung 2007)

Gegeben ist das Schaubild der Ableitung f' der Funktion f.

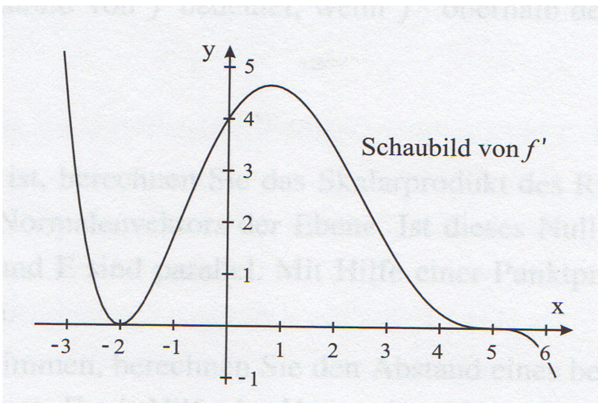


a) Welche Aussagen über die Funktion f ergeben sich daraus im Hinblick auf
- Monotonie
- Extremstellen
- Wendestellen ?

Begründen Sie Ihre Aussagen.

b) Es gilt f(0) = 2. Skizzieren Sie das Schaubild von f.

Aufgabe 11: (Abiturprüfung 2006)
Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f.
Geben Sie für jeden der folgenden Sätze an, ob er richtig, falsch oder nicht entscheidbar ist.
Begründen Sie jeweils ihre Antwort.



1. Das Schaubild von f hat bei x = -2 einen Tiefpunkt.
2. Das Schaubild von f hat für $-3 \le x \le 6$ genau zwei Wendepunkte.
3. Das Schaubild von f verläuft im Schnittpunkt mit der y-Achse steiler als die erste Winkelhalbierende
4. f(0) > f(5)

Aufgabe 12: (Abiturprüfung 2005)

Gegeben sind die Schaubilder der Funktion f mit $f(x) = x^2 \cdot e^x$, ihrer Ableitungsfunktion f', einer Stammfunktion F von f und der Funktion g mit $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$.

a) Begründen Sie, dass nur Bild 1 das Schaubild der Funktion f sein kann.
b) Ordnen Sie die Funktionen f', F und g den übrigen Schaubildern zu und begründen Sie Ihre Entscheidung.

Bild 1

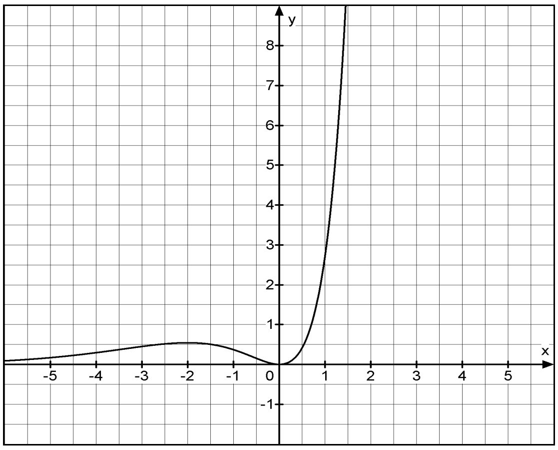


Bild 2

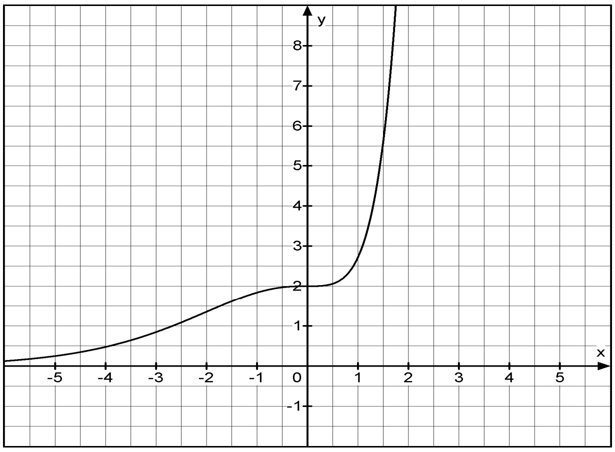


Bild 3

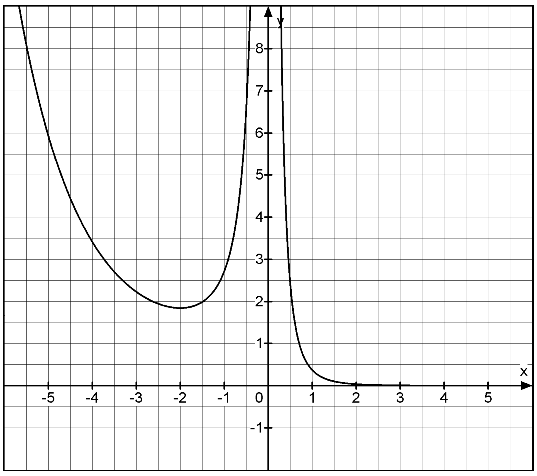
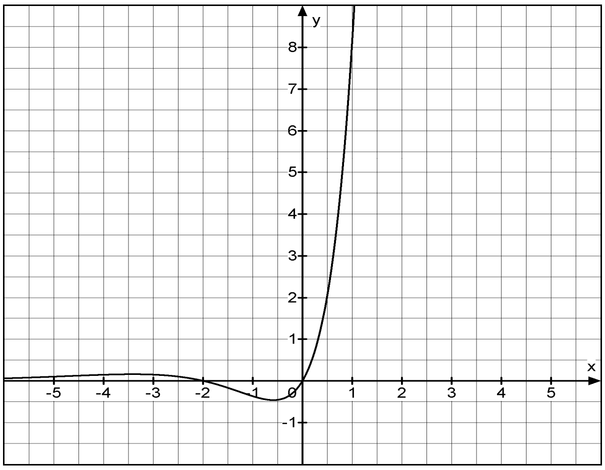
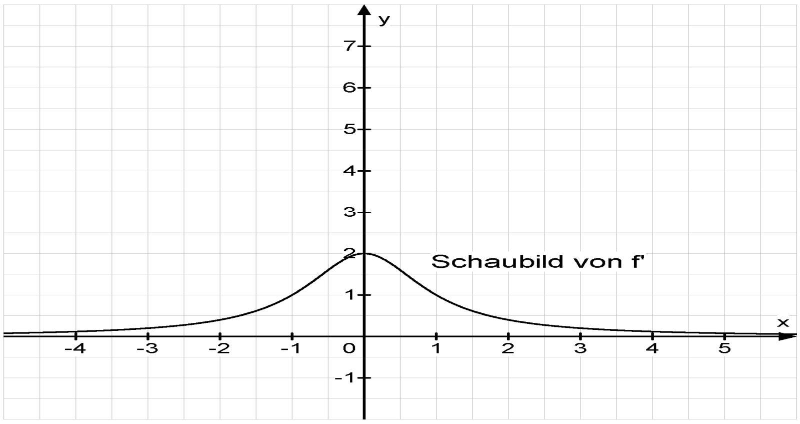


Bild 4



Aufgabe 13: (Abiturprüfung 2004)
Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f.
Welcher der folgenden Aussagen über die Funktion f sind wahr, falsch oder unentscheidbar ? Begründen Sie Ihre Antworten.



1. f ist streng monoton wachsend für -3 < x < 3.
2. Das Schaubild von f hat mindestens einen Wendepunkt.
3. Das Schaubild von f ist symmetrisch zur y-Achse.
4. Es gilt f(x) > 0 für alle $x \in [-3;3]$.

Lösungen

Ü1:

a) Die Aussage ist richtig. An der Stelle x = -1 existiert bei der Ableitungsfunktion eine Nullstelle mit einem Vorzeichenwechsel von - nach +.

b) Die Aussage ist richtig. Im Intervall [-2 ; 2] besitzt die Ableitungsfunktion eine Extremstelle. Dort besitzt das Schaubild von f eine Wendestelle.

c) Die Aussage ist richtig. Die 1.Winkelhalbierende y= x besitzt die Steigung 1.
An der Stelle x = 1 besitzt die Ableitungsfunktion den Wert 3,5.

d) Die Aussage ist falsch. Die Ableitungsfunktion verläuft im Intervall [-2 ; -1] unterhalb der x-Achse, in diesem Intervall ist das Schaubild von f streng monoton fallend.

e) Die Aussage ist falsch. Das Schaubild von f ist im Intervall [1 ; 3] streng monoton steigend, da die Ableitungsfunktion oberhalb der x-Achse verläuft.
Somit gilt f(3) > f(1).

Aufgabe 1:

(1) Die Aussage ist wahr.
Es gilt F(1) = 0 und $f(1) = 0$ da bei x = 1 das Schaubild von F eine waagrechte Tangente besitzt.

(2) Die Aussage ist falsch.
$$\int_0^2 f(x)dx = [F(x)]_0^2 = F(2) - F(0) = 4 - 2 = 2$$

(3) Die Aussage ist wahr.
Es gilt $F'' = f'$.
Da das Schaubild von F an der Stelle x = 0 eine Wendestelle besitzt, gilt
$F''(0) = f'(0) = 0$.

(4) Die Aussage ist falsch.
Es gilt F(-2) = 0 und f(F(-2)) = f(0) < 0, da an der Stelle x = 0 die Tangente an das Schaubild von F eine negative Steigung besitzt.

Aufgabe 2:

(1) Die Aussage ist wahr. Die Ableitungsfunktion f' hat an der Stelle x = -3 mit einem Vorzeichenwechsel von - nach +.

(2) Die Aussage ist wahr. Im Intervall -2 < x -1 ist die erste Ableitungsfunktion oberhalb der x-Achse, somit ist f in diesem Intervall streng monoton wachsend.
Daher gilt f(-2) < f(-1).

(3) Die Aussage ist falsch. Es gilt $f'(-2) = 2$ (y-Wert des abgebildeten Schaubildes) und $f''(-2) = 0$ (Steigung des abgebildeten Schaubildes an der Stelle x = -2)
Also ist $f''(-2) + f'(-2) = 0 + 2 = 2 > 1$.

(4) Die Aussage ist wahr. Das abgebildete Schaubild ist eine Funktion, die mindestens Grad 3 besitzt
Begründung 1: Das Schaubild besitzt eine einfache und eine doppelte Nullstelle
Begründung 2: Das Schaubild besitzt zwei Extrempunkte
Daher besitzt das Schaubild von f mindestens Grad 4.

Aufgabe 3:

a) Aus dem Schaubild kann man ablesen, dass g(3) = -1 ist.
Somit ist f(g(3)) = f(-1) = 5.

Gesucht ist x, so dass f(g(x)) = 0 ist.
1.Lösungsmöglichkeit:
Es ist f(4) = 0.
Gesucht ist daher ein x-Wert, so dass g(x) = 4 ist. Dies wäre für x = -2 der Fall.

2.Lösungsmöglichkeit:
Es ist f(0) = 0.
Gesucht ist daher ein x-Wert, so dass g(x) = 0 ist. Dies wäre für x = 2 der Fall.

b) Mit der Produktregel folgt: $h'(2) = f'(2) \cdot g(2) + f(2) \cdot g'(2)$
Es ist $f'(2) = 0$, da an der Stelle x = 2 die Parabel einen Tiefpunkt besitzt.
Es ist $g'(2) = -1$, da die Gerade die Steigung m = -1 besitzt.
Außerdem gilt f(2) = -4 und g(2) = 0.

$$h'(2) = 0 \cdot 0 + (-4) \cdot (-1) = 4$$

Hinweis: Man könnte auch die Aufgabe dadurch lösen, dass man für die beiden Schaubilder die zugehörigen Funktionsgleichungen aufstellt und das ganze dann rechnerisch löst.
Dies wäre jedoch deutlich aufwändiger und würde vom zeitlichen Aufwand her nicht zu der Punktzahl passen, die man bei der Aufgabe erzielen kann.

Aufgabe 4:

Die Eigenschaften haben folgende Bedeutung:

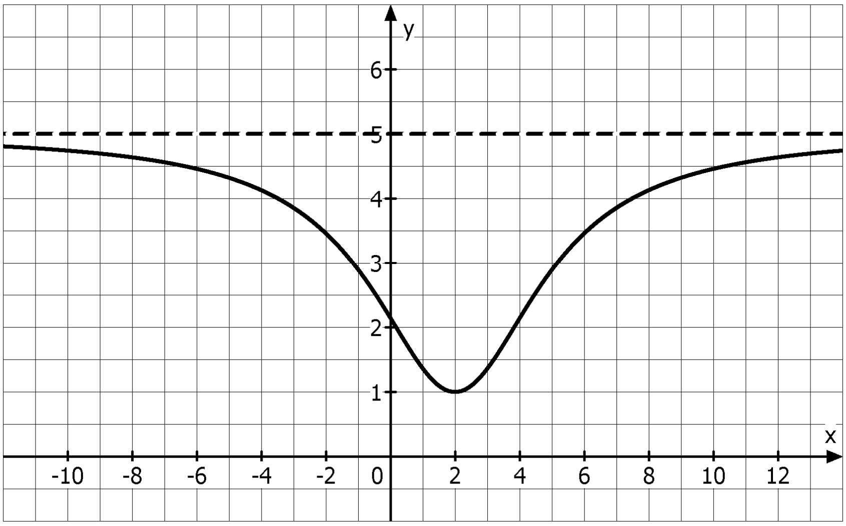
(1) $f(2) = 1$: Der Punkt P(2/1) liegt auf dem Schaubild von f(x).

(2) $f'(2) = 0$: Das Schaubild von f besitzt an der Stelle x = 2 (also im Punkt P) eine waagrechte Tangente.
Das heißt, dass der Punkt P ein Hochpunkt oder Tiefpunkt oder Sattelpunkt Ist.

(3) $f''(4) = 0$ und $f'''(4) \neq 0$: Bei x = 4 besitzt das Schaubild von f(x) eine Wendestelle.

(4) Für $x \to \infty$ und $x \to -\infty$ gilt: $f(x) \to 5$:
Das Schaubild von f(x) besitzt die waagrechte Asymptote y = 5.

Ein möglicher Verlauf des Graphen wäre dieser:



Natürlich gibt es noch viele weitere Graphen, die genauso richtig sind.

Aufgabe 5:

a) Das Schaubild der Funktion f(x) geht durch den Punkt P(0/-2).
Das Schaubild in Abb. 2 ist das einzige Schaubild, das diesen Punkt enthält.
Somit muss Abb. 2 der Graph von f sein.
(Hinweis: Diese Lösung ist nicht eindeutig. Man könnte z.B. auch den Punkt P(1/-4) verwenden oder nachweisen, dass der Graph von f einen Hochpunkt bei x = -1 besitzt).

b) Das Schaubild von $g(x) = f(x-a)$ ergibt sich anschaulich aus dem Schaubild von f(x), indem dies um a Einheiten nach rechts verschoben wird.
Das Schaubild in Abb. 4 ist das einzige, das sich durch eine Rechtsverschiebung aus Abb. 2 ergibt.
Das Schaubild in Abb. 4 ist um 2 nach rechts verschoben, somit gilt $g(x) = f(x-2)$, also a = 2.

Das Schaubild von $h(x) = b \cdot f(x)$ ergibt sich anschaulich aus dem Schaubild von f(x), indem dies mit dem Faktor b in y-Richtung gestreckt wird.
Da f(-1) = 0 ist, gilt auch $h(-1) = b \cdot f(-1) = b \cdot 0 = 0$, egal wie b gewählt wird.
Somit muss das Schaubild von h(x) den Punkt Q(-1/0) besitzen.
Folglich kann nur das Schaubild in Abb. 3 das Schaubild von h(x) sein.
Ermittlung des Wertes von b:
Das Schaubild in Abb. 3 geht durch R(0/1), also gilt h(0) = 1.
Es gilt $f(0) = -2 \Rightarrow h(0) = b \cdot f(0) \Rightarrow 1 = b \cdot (-2) \Rightarrow b = -0,5$

c) Übrig bleibt als Schaubild noch die Abb. 1
Das Schaubild in Abb. 1 ergibt sich aus dem Schaubild aus Abb. 2 durch eine Verschiebung um 3 Einheiten nach oben.
Folglich gilt $k(x) = f(x) + 3 = x^3 - 3x + 1$

Aufgabe 6:

(1) F ist im Bereich $-3 \le x \le 1$ monoton wachsend, da das Schaubild von f in diesem Intervall oberhalb der x-Achse verläuft.

(2) f' besitzt dort Nullstellen, an denen das Schaubild von f waagrechte Tangenten besitzt. Dies ist bei x = -2,5 und x = 0 und x = 2,5 der Fall, also besitzt f' drei Nullstellen.

(3) $\int_0^3 f'(x)dx = [f(x)]_0^3 = f(3) - f(0) = 0 - 1 = -1$

(4) Das Schaubild von f besitzt bei x = 0 einen Sattelpunkt (also einen Wendepunkt). Somit besitzt f' bei x = 0 einen Extrempunkt. Es gilt $f'(0) = 0$ und $f'(x) < 0$ links und rechts von x = 0. Somit besitzt das Schaubild von f' an der Stelle x = 0 ein Maximum.

Aufgabe 7:

a) Die Funktion $f(x) = \frac{a}{1+x^2} - 1$ besitzt die waagrechte Asymptote y = -1.

Dies ist daran erkennbar, weil für $x \to \pm\infty$ gilt, dass $\frac{a}{1+x^2} \to 0$ strebt.

Das einzige Schaubild, dass eine waagrechte Asymptote y = -1 besitzt, ist Abbildung 2.

Aus dem Schaubild kann man ablesen: f(0) = 2.

$f(0) = \frac{a}{1} - 1 = 2 \Rightarrow a = 3$

b) Das Schaubild von f(x) besitzt an der Stelle x = 0 einen Hochpunkt. Somit muss die Ableitungsfunktion f' an dieser Stelle eine Nullstelle mit einem Vorzeichenwechsel von + nach – besitzen. Nur das Schaubild aus Abbildung 3 erfüllt diese Bedingungm, somit gehört **Abbildung 3** zu f'.

Die Integralfunktion mit der unteren Grenze a = 2 besitzt bei x = 2 eine Nullstelle, da I(2) = 0 gilt. Da nur die Abbildung 4 dort eine Nullstelle besitzt, gehört **Abbildung 4** zu der Integralfunktion.

Aufgabe 8:

a) An der Stelle x = -1 und an der Stelle x = 2 besitzt f Nullstellen.
Bei x = -1 existiert ein Vorzeichenwechsel von + nach -, dort besitzt F einen Hochpunkt.
Bei x = 2 existiert ein Vorzeichenwechsel von – nach +, dort besitzt F einen Tiefpunkt.
An der Stelle x = 0 besitzt f einen Extrempunkt, daher hat F an dieser Stelle einen Wendepunkt.
Ob F in diesem Intervall Nullstellen besitzt, kann nicht beurteilt werden, da es keine eindeutige Stammfunktion F von f gibt (aufgrund der Integrationskonstanten C).

b) Es gilt $F(6) - F(2) = \int_2^6 f(x)dx$. Es handelt sich anschaulich um die Fläche, die im Intervall $2 \le x \le 6$ zwischen dem Schaubild von f und der x-Achse existiert.
Durch die Zusammensetzung der Kästchen kann man erkennen, dass hierdurch eine Fläche entsteht, die größer als 1 ist. Deshalb ist die Behauptung wahr.

Aufgabe 9:
Das Schaubild von f befindet sich rechts oben, da es das einzige Schaubild mit einer Definitionslücke ist.
Da sich die Definitionslücke an der Stelle x = -1 befindet, muss a = 1 sein, also
$f(x) = \frac{-2x}{x+1}$.

Das Schaubild von g befindet sich links unten, da es das einzige Schaubild mit einer waagrechten Asymptote y = -2 ist, die nur für eine Unendlichkeitsrichtung (für $x \to \infty$) gilt.

Der Wert von b ergibt sich anhand einer Punktprobe: O(0/0) liegt auf dem Schaubild
$g(0) = 0 \;\Rightarrow 0 = -2 + b \cdot e^{-0,5 \cdot 0} \Rightarrow b = 2$ und damit $g(x) = -2 + 2 \cdot e^{-0,5x}$.

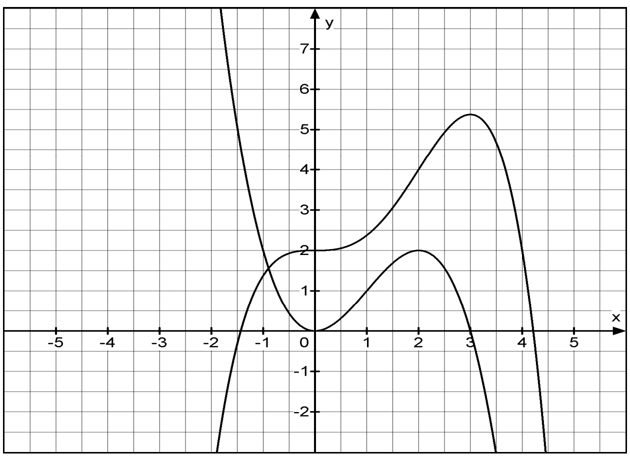
Das Schaubild von h befindet sich rechts unten, da es sich um eine nach oben geöffnete Parabel handelt. Das Schaubild links oben kann es nicht sein, da dieses symmetrisch zum Ursprung ist, das Schaubild von h hingegen nicht.

Aufgabe 10:
a) Monotonie: Das Schaubild von f ist in den Intervallen streng monoton wachsend, in denen das Schaubild von f' oberhalb der x-Achse verläuft. Dort, wo das Schaubild von f' unterhalb der x-Achse verläuft, ist das Schaubild von f streng monoton fallend.
Damit gilt: Für x < 3 ist das Schaubild von f streng monoton wachsend, für x > 3 streng monoton fallend.

Extremstellen: Das Schaubild von f besitzt dort Extremstellen, wo das Schaubild von f' Nullstellen mit Vorzeichenwechsel aufweist. Das heißt, nur an der Stelle x = 3 existiert eine Extremstelle bei f, genauer gesagt ein Hochpunkt (VZW von + nach -).

Wendestellen: Das Schaubild von f besitzt dort Wendestellen, wo das Schaubild von f' Extremstellen besitzt. Das heißt, an den Stellen x = 0 und x = 2 befinden sich beim Schaubild von f Wendestellen. An der Stelle x = 0 befindet sich sogar ein Sattelpunkt bei f, da der Extrempunkt von f' noch zusätzlich eine Nullstelle ist.

b) Das Schaubild von f muss nur grob einskizziert werden. In der Skizze sollte der Sattelpunkt bei x = 0 und der Hochpunkt bei x = 3 erkennbar sein. Die Höhe des Hochpunktes kann noch näherungsweise so ermittelt werden, dass die Fläche zwischen der x-Achse und der vorgegebenen skizzierten Ableitungsfunktion im Intervall [0;3] ungefähr 3 Flächeneinheiten beträgt (3 Quadrate). Diese 3 Einheiten kommen zum Ausgangspunkt P(0/2) noch dazu, so dass der Hochpunkt näherungsweise den y-Wert 5 besitzt.



Aufgabe 11:
1.) Diese Aussage ist falsch. An der Stelle x = -2 befindet sich beim Schaubild von f zwar ein Punkt mit waagrechter Tangente, allerdings ohne Vorzeichenwechsel, so dass es sich an der Stelle x = -2 um einen Sattelpunkt handelt.
2.) Ein Wendepunkt beim Schaubild von f ist gleichbedeutend mit einem Extrempunkt beim Schaubild von f'. Da das Schaubild von f' zwei Extrempunkte in dem besagten Intervall besitzt, ist die Aussage wahr.
3.) Im Schnittpunkt mit der y-Achse (also an der Stelle x = 0) gilt $f'(0) = 4$, also ist die Steigung der Tangente 4. Die Steigung der ersten Winkelhalbierenden (y = x) ist 1, also ist das Schaubild von f bei x = 0 steiler. Die Aussage ist wahr.
4.) Im Intervall [0;5] ist das Schaubild von f' immer positiv, somit ist das Schaubild von f in diesem Intervall streng monton wachsend. Es gilt somit f(0) < f(5), also ist die Aussage falsch.

Aufgabe 12:
Hier sind mehrere Lösungsmöglichkeiten denkbar.

a) Die Funktion $f(x) = x^2 \cdot e^x$ besitzt eine Nullstelle bei N(0/0), also kann nur Bild 1 oder 4 überhaupt in Frage kommen. Durch den Faktor x² erkennt man, dass es sich um eine doppelte Nullstelle, also um einen Extrempunkt handeln muss, also kommt nur Bild 1 in Frage. Eine andere Begründung wäre die, dass in Bild 4 eine weitere Nullstelle bei x = -2 liegt, aber $f(-2) \neq 0$ ist, also kommt Bild 4 nicht in Betracht, und es bleibt Bild 1 übrig.

b) $f'(x)$ gibt als erste Ableitung die Steigung an jeder Stelle x der Funktion f(x) an. Da an der Stelle
x = 0 ein Extrempunkt (mit Steigungszahl 0) bei f vorliegt, gilt $f'(0) = 0$. $f'(x)$ kann also nur Bild 4 sein.

$\frac{1}{f(x)}$ hat dort eine Definitionslücke, wo f(x) = 0 ist, also bei x = 0. Folglich kommt nur Bild 3 in Frage.

Für die Stammfunktion $F(x)$ bleibt nur Bild 2 übrig. Da $F'(x) = f(x)$ gilt, kann $f(x)$ somit als erste Ableitungsfunktion von F(x) interpretiert werden. Da bei f(x) (als Ableitung interpretiert) ein Extrempunkt bei x = 0 vorliegt, muss bei F(x) ein Wendepunkt bei x = 0 vorliegen, was auch tatsächlich der Fall ist.

Aufgabe 13:
1.) Die Aussage ist wahr. Grund: Die dargstellte Ableitungsfunktion verläuft oberhalb der x-Achse. Daher gilt $f'(x) > 0$ für -3 < x < 3 und daraus folgt, dass das Schaubild von f in diesem Intervall streng monoton wachsend ist.
2.) Die Aussage ist wahr. Besitzt das Schaubild von f einen Wendepunkt, dann besitzt das Schaubild von f' beim gleichen x-Wert einen Extrempunkt. Da die Ableitungsfunktion bei x = 0 eine Extremstelle besitzt, besitzt das Schaubild von f folglich bei x = 0 einen Wendepunkt
3.) Die Aussage ist falsch. Da das Schaubild von f streng monoton wachsend ist (siehe 1.)) kann es nicht symmetrisch zur y-Achse sein.
4.) Die Aussage ist unentscheidbar. Man kann von dem Schaubild von f' nicht eindeutig auf bestimmte Punktkoordinaten des Schaubildes von f schließen (Mehrdeutigkeit der Stammfunktion, Integrationskonstante C ist frei wählbar).