Pflichtteilaufgaben zu Ableitungen

Baden-Württemberg

Hilfsmittel: keine

allgemeinbildende Gymnasien

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

September 2016

Übungsaufgaben:

Ü1:
Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = 2x^4 - 8x + 3\cos(x) + 4\sqrt{x} - 7$

Ü2:
Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = 5\cos(x) - 3e^x + \frac{2}{x} + 8x^5$

Ü3:
Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^3 \cdot \cos(x)$

Ü4:
Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = 2x \cdot e^x$

Ü5:
Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \left(5x^2 + 2\right)^3$

Ü6:
Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \frac{-2}{6x + 1}$

Ü7:
Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \cos(1 - x)$

Ü8:
Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \frac{3}{\cos(x)}$

Ü9:
Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = e^x \cdot \left(4x + 1\right)^3$

Ü10:
Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \frac{\cos(5x - 2)}{x^3}$

Abituraufgaben (Haupttermin)

Aufgabe 1: (Abiturprüfung 2016)

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (5x+1)\cdot\sin(x^2)$.

Aufgabe 2: (Abiturprüfung 2015)

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \left(4+e^{3x}\right)^5$.

Aufgabe 3: (Abiturprüfung 2014)

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \sqrt{x}\cdot e^{2x}$.

Aufgabe 4: (Abiturprüfung 2013)

Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (2x^2+5)\cdot e^{-2x}$.

Aufgabe 5: (Abiturprüfung 2012)
Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \left(\sin(x)+7\right)^5$.

Aufgabe 6: (Abiturprüfung 2011)
Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \frac{\sin(2x)}{x}$.

Aufgabe 7: (Abiturprüfung 2010)
Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (2-3x)\cdot e^{-x}$ und vereinfachen Sie so weit wie möglich.

Aufgabe 8: (Abiturprüfung 2009)
Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^2\cdot\sin(3x+1)$

Aufgabe 9: (Abiturprüfung 2007)

Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (1+\sin x)^2$.

Aufgabe 10: (Abiturprüfung 2006)
Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{8}\cdot\sin(4x^2)$.

Aufgabe 11: (Abiturprüfung 2005)
Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^3\cdot e^{2x}$.

Lösungen

Ü1:

Umschreiben der Funktionsgleichung: $f(x) = 2x^4 - 8x + 3\cos(x) + 4x^{0,5} - 7$

$f'(x) = 8x^3 - 8 - 3\sin(x) + 2x^{-0,5}$

Ü2:

Umschreiben der Funktionsgleichung: $f(x) = 5\cos(x) - 3e^x + 2x^{-1} + 8x^5$

$f'(x) = -5\sin(x) - 3e^x - 2x^{-2} + 40x^4$

Ü3:

$f(x) = x^3 \cdot \cos(x)$

Ableitung mit der Produktregel: $f'(x) = 3x^2 \cdot \cos(x) - x^3 \cdot \sin(x)$

Ü4:

Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = 2x \cdot e^x$

$f(x) = 2x \cdot e^x$

Ableitung mit der Produktregel: $f'(x) = 2 \cdot e^x + 2x \cdot e^x = 2e^x \cdot (1 + x)$

Ü5:

Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (5x^2 + 2)^3$

Ableitung mit der Kettenregel: $f'(x) = 3 \cdot (5x^2 + 2)^2 \cdot 10x = 30x \cdot (5x^2 + 2)^2$

Ü6:

Umschreiben der Funktionsgleichung: $f(x) = -2(6x + 1)^{-1}$

Ableitung mit der Kettenregel: $f'(x) = 2(6x + 1)^{-2} \cdot 6 = \dfrac{12}{(6x + 1)^2}$

Ü7:

$f(x) = \cos(1 - x)$

Ableitung mit der Kettenregel: $f'(x) = -\sin(1 - x) \cdot (-1) = \sin(1 - x)$

Ü8:

Umschreiben der Funktionsgleichung: $f(x) = 3 \cdot \left(\cos(x)\right)^{-1}$

Ableitung mit der Kettenregel: $f'(x) = -3 \cdot \left(\cos(x)\right)^{-2} \cdot (-\sin(x)) = \frac{3\sin(x)}{(\cos(x))^2}$

Ü9:

$f(x) = e^x \cdot \left(4x+1\right)^3$

Ableitung mit der Produkt- und Kettenregel:

$f'(x) = e^x \cdot (4x+1)^3 + e^x \cdot 3(4x+1)^2 \cdot 4 = (4x+1)^2 \cdot e^x \cdot \left[4x+1+12\right] = (4x+1)^2 \cdot e^x \cdot \left(4x+13\right)$

Ü10:

Umschreiben der Funktionsgleichung: $f(x) = \cos(5x-2) \cdot x^{-3}$

Ableitung mit der Produkt- und Kettenregel:

$f'(x) = -\sin(5x-2) \cdot 5 \cdot x^{-3} + \cos(5x-2) \cdot (-3x^{-4})$

Aufgabe 1:

Für die Ableitungsfunktion wird die Kettenregel und Produktregel benötigt:

$f'(x) = 5 \cdot \sin(x^2) + (5x+1) \cdot \cos(x^2) \cdot 2x$

Aufgabe 2:

Für die Ableitungsfunktion wird die Kettenregel benötigt:

$f'(x) = 5 \cdot \left(4 + e^{3x}\right)^4 \cdot e^{3x} \cdot 3 = 15e^{3x} \cdot \left(4 + e^{3x}\right)^4$

Aufgabe 3:

Zunächst wird die Funktionsgleichung von f umgeschrieben in $f(x) = x^{0,5} \cdot e^{2x}$

Für die Ableitungsfunktion werden die Produkt- und Kettenregel benötigt:

$f'(x) = 0,5x^{-0,5} \cdot e^{2x} + x^{0,5} \cdot e^{2x} \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot e^{2x} + 2 \cdot \sqrt{x} \cdot e^{2x}$

Aufgabe 4:

Die Funktion wird mit der Produkt- und Kettenregel abgeleitet:

Es ist $u(x) = 2x^2 + 5$ und $v(x) = e^{-2x}$.

Dann folgt $u'(x) = 4x$ und $v'(x) = -2e^{-2x}$.

$f'(x) = 4x \cdot e^{-2x} + (2x^2+5) \cdot (-2) \cdot e^{-2x}$

Ausklammern der e-Funktion ergibt zusammengefasst:

$f'(x) = e^{-2x} \cdot (4x - 2 \cdot (2x^2+5)) = e^{-2x} \cdot (4x - 4x^2 - 10)$

Aufgabe 5:
Die Funktion wird mit der Kettenregel abgeleitet.

$f(x)=\left(\sin(x)+7\right)^5$

$f'(x)=5\cdot\left(\sin(x)+7\right)^4\cdot\cos(x)$

Aufgabe 6:

Umschreiben der Funktion: $f(x)=\sin(2x)\cdot x^{-1}$

Ableitung mit Produktregel und Kettenregel:

Produktregel: $f(x)=u(x)\cdot v(x)\Rightarrow f'(x)=u'(x)\cdot v(x)+u(x)\cdot v'(x)$

Mit $u(x)=\sin(2x)$ und $v(x)=x^{-1}$ folgt $u'(x)=\cos(2x)\cdot 2$ und $v'(x)=-x^{-2}=-\frac{1}{x^2}$

$f'(x)=2\cos(2x)\cdot x^{-1}+\sin(2x)\cdot(-\frac{1}{x^2})=\frac{2\cos(2x)}{x}-\frac{\sin(2x)}{x^2}$

Aufgabe 7:

Die Ableitungsfunktion wird mit der Produktregel und der Kettenregel ermittelt:

$f(x)=u(x)\cdot v(x)$ mit $u(x)=2-3x$, $v(x)=e^{-x}$, $u'(x)=-3$,
$v'(x)=-e^{-x}$ (Kettenregel)

Anwendung der Produktregel:
$f'(x)=u'(x)\cdot v(x)+u(x)\cdot v'(x)=-3\cdot e^{-x}+(2-3x)\cdot\left(-e^{-x}\right)=e^{-x}\cdot\left(-3-2+3x\right)=e^{-x}\cdot\left(3x-5\right)$

Aufgabe 8:
Die Ableitungsfunktion wird mit der Produktregel und der Kettenregel ermittelt:

$f(x)=u(x)\cdot v(x)$ mit $u(x)=x^2$, $v(x)=\sin(3x+1)$, $u'(x)=2x$,
$v'(x)=\cos(3x+1)\cdot 3$ (Kettenregel)

Anwendung der Produktregel:
$f'(x)=u'(x)\cdot v(x)+u(x)\cdot v'(x)=2x\cdot\sin(3x+1)+3x^2\cdot\cos(3x+1)$

Aufgabe 9:
Die Ableitungsfunktion wird mit der Kettenregel ermittelt:

$f(x)=(1+\sin x)^2\Rightarrow f'(x)=2\cdot(1+\sin x)\cdot\cos x$

Aufgabe 10:

$f(x)=\frac{1}{8}\sin(4x^2)\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{8}\cos(4x^2)\cdot 8x=x\cdot\cos(4x^2)$

Aufgabe 11:

Die Ableitungsfunktion wird mit Hilfe der Produkt- und der Kettenregel ermittelt:

$$f'(x) = 3x^2 \cdot e^{2x} + x^3 \cdot e^{2x} \cdot 2 = x^2 \cdot e^{2x}(3 + 2x)$$