

Stochastik

Übungsaufgaben (Taschenrechner erlaubt) Einseitiger Signifikanztest

Oberstufe

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

November 2015

Aufgabe 1:

Gib an, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

- a) Die Nullhypothese ist die Vermutung, die man testen möchte.
- b) Durch den Test findet man heraus, ob die Nullhypothese wahr ist.
- c) Wenn das Ergebnis der Stichprobe außerhalb des Annahmebereiches liegt, wird die Nullhypothese verworfen.
- d) Die Irrtumswahrscheinlichkeit gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass man die Nullhypothese beibehält, obwohl sie falsch ist.
- e) Die Irrtumswahrscheinlichkeit gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der die Zufallsvariable bei gültiger Nullhypothese in den Ablehnungsbereich fällt.
- f) Das Signifikanzniveau gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass die Nullhypothese falsch ist.

Aufgabe 2:

Lina hat im Internet gelesen, dass beim Werfen eines Reissnagels die Wahrscheinlichkeit, dass er mit der Spitze nach oben landet, 80% beträgt. Sie glaubt, dass dieser Wert zu hoch ist. Um dies zu überprüfen, führt sie einen Signifikanztest mit einem Stichprobenumfang von 200 und einem Signifikanzniveau von 5% durch.

Bestimme den Ablehnungsbereich des Tests sowie die tatsächliche Irrtumswahrscheinlichkeit.

Aufgabe 3:

Ein Unternehmen bezieht Metallteile von einem Zulieferer. Laut Liefervertrag kann das Unternehmen die Lieferung ablehnen, wenn mehr als 2% der Teile defekt sind. Das Unternehmen glaubt bei einer Lieferung, dass es mehr sind. Es führt einen Signifikanztest mit einem Stichprobenumfang von 400 und einem Signifikanztest von 5% durch.

- a) Bestimme die Null- und Alternativhypothese und den Annahmebereich des Tests.
- b) Welche Entscheidung trifft das Unternehmen, wenn bei der Stichprobe 12 Teile defekt sind ?

Aufgabe 4:

Nach einer Umfrage sind 85% der Deutschen für ein Tempolimit auf Autobahnen. Ein Automobilclub bezweifelt dies und behauptet, dass es in Wirklichkeit weniger sind. Eine Umweltorganisation glaubt dagegen, dass es noch mehr sind.

Beide wollen mithilfe eines Signifikanztests die Nullhypothese $H_0 : p = 0,85$ testen.

Der Stichprobenumfang soll 2000 und das Signifikanzniveau 5% betragen.

- a) Gib die Alternativhypothese und den Annahmebereich des Tests an, den der Automobilclub durchführt.
- b) Gib die entsprechenden Antworten für den Test der Umweltorganisation.
- c) Bei welchen der folgenden Stichprobenergebnissen verwerfen der Automobilclub bzw. die Umweltorganisation die Nullhypothese ?
A: 1600 B: 1674 C: 1700 D: 1750 E: 1800
- d) Gibt es ein Stichprobenergebnis, bei dem beide die Nullhypothese verwerfen ? Begründe deine Antwort.

Lösungen

Aufgabe 1:

- a) Die Aussage ist falsch. Die Vermutung, die man testen möchte, steht in der Alternativhypothese.
- b) Die Aussage ist falsch. Man kann durch den Test nicht herausfinden, ob die Nullhypothese richtig oder falsch ist.
- c) Die Aussage ist richtig.
- d) Die Aussage ist falsch. Die Irrtumswahrscheinlichkeit gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der man die Nullhypothese verwirft, obwohl sie richtig ist.
- e) Die Aussage ist richtig.
- f) Die Aussage ist falsch. Das Signifikanzniveau ist die maximale Wahrscheinlichkeit, dass man die Nullhypothese verwirft, obwohl sie richtig ist.

Aufgabe 2:

Nullhypothese $H_0 : p = 0,8$

Alternativhypothese: $H_1 : p < 0,8$

Es handelt sich um einen linksseitigen Hypothesentest.

Die Zufallsvariable X ist die Anzahl der Würfe, bei denen die Spitze nach oben landet.

X ist binomialverteilt mit $n = 200$ und $p = 0,8$.

Ablehnungsbereich $\bar{A} = \{0, \dots, k\}$

Gesucht ist ein möglichst großer Wert von k , so dass gilt: $P(X \leq k) \leq 0,05$

GTR: $P(X \leq 150) = 0,04935$ und $P(X \leq 151) = 0,06903$

Es ist $k = 150$ und der Ablehnungsbereich ist $\bar{A} = \{0, \dots, 150\}$

Die tatsächliche Irrtumswahrscheinlichkeit beträgt $0,04935 = 4,935\%$.

Aufgabe 3:

- a) Nullhypothese $H_0 : p = 0,02$

Alternativhypothese: $H_1 : p > 0,02$

Es handelt sich um einen rechtsseitigen Test.

Die Zufallsvariable X ist die Anzahl der Teile, die defekt sind.

X ist binomialverteilt mit $n = 400$ und $p = 0,02$.

Ablehnungsbereich $\bar{A} = \{k + 1, \dots, 200\}$

Annahmebereich $A = \{0, \dots, k\}$

Gesucht ist ein möglichst kleiner Wert von k , so dass gilt: $1 - P(X \leq k) \leq 0,05$

GTR: $1 - P(X \leq 12) = 0,062$ und $P(X \leq 13) = 0,0327$

Es ist $k = 13$ und der Annahmebereich ist $A = \{0, \dots, 13\}$.

- b) Wenn 12 Teile defekt sind, wird die Nullhypothese beibehalten.
Das Unternehmen nimmt die Lieferung an.

Aufgabe 4:

a) Nullhypothese $H_0 : p = 0,85$

Alternativhypothese $H_1 : p < 0,85$

Es handelt sich um einen linksseitigen Hypothesentest.

Die Zufallsvariable X ist die Anzahl der Deutschen, die für ein Tempolimit sind.

X ist binomialverteilt mit $n = 2000$ und $p = 0,85$.

Ablehnungsbereich $\bar{A} = \{0, \dots, k\}$

Annahmebereich $A = \{k+1, \dots, 2000\}$

Gesucht ist ein möglichst großer Wert von k , so dass gilt: $P(X \leq k) \leq 0,05$

GTR: $P(X \leq 1673) = 0,04975$ und $P(X \leq 1674) = 0,05636$

Es ist $k = 1673$ und der Annahmebereich ist $A = \{1674, \dots, 2000\}$.

b) Nullhypothese $H_0 : p = 0,85$

Alternativhypothese: $H_1 : p > 0,85$

Es handelt sich um einen rechtsseitigen Test.

Die Zufallsvariable X ist die Anzahl der Deutschen, die für ein Tempolimit sind.

X ist binomialverteilt mit $n = 2000$ und $p = 0,85$.

Ablehnungsbereich $\bar{A} = \{k+1, \dots, 2000\}$

Annahmebereich $A = \{0, \dots, k\}$

Gesucht ist ein möglichst kleiner Wert von k , so dass gilt: $1 - P(X \leq k) \leq 0,05$

GTR: $1 - P(X \leq 1725) = 0,05383$ und $P(X \leq 1726) = 0,04717$

Es ist $k = 1726$ und der Annahmebereich ist $A = \{0, \dots, 1726\}$.

- c) A: 1600 Automobilclub verwirft Nullhypothese, Umweltorganisation nicht
 B: 1674 keiner verwirft die Nullhypothese
 C: 1700 keiner verwirft die Nullhypothese
 D: 1750 Umweltorganisation verwirft die Nullhypothese, der Automobilclub nicht
 E: 1800 Umweltorganisation verwirft die Nullhypothese, der Automobilclub nicht
- d) Es gibt kein Ergebnis, das außerhalb beider Annahmebereiche liegt.