BE

IV.

1. Eine große Kiste enthält gut gemischt mehrere hundert rote, blaue, grüne und gelbe Bausteine, die sich nur in ihrer Farbe unterscheiden. Jeder fünfte Baustein ist gelb, 8 % sind grün. Außerdem befinden sich dreimal so viele blaue wie grüne Steine in der Kiste.

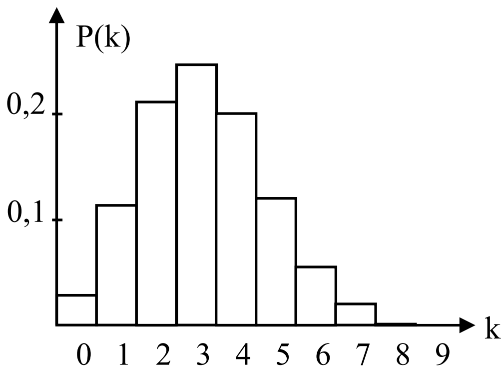
5 a) Aus der Kiste werden 10 Bausteine zufällig entnommen. Zeigen Sie, dass sich die Wahrscheinlichkeiten für das Ereignis „Keiner der Bausteine ist grün“ bei den Modellen „Ziehen mit Zurücklegen“ und „Ziehen ohne Zurücklegen“ um weniger als 0,2 Prozentpunkte unterscheiden, wenn von einer Kiste mit 1000 Steinen ausgegangen wird.

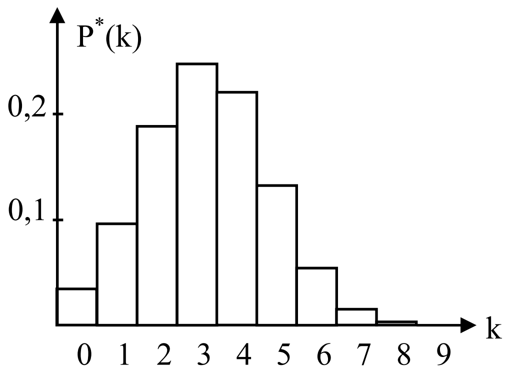
Im Folgenden soll jeweils das Modell „Ziehen mit Zurücklegen“ verwendet werden.

4 b) Wie viele Bausteine müssen mindestens aus der Kiste zufällig entnommen werden, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 75 % wenigstens ein grüner Baustein darunter ist?

5 c) Lars denkt sich ein Spiel aus. Ein Spieler soll dazu 16 Bausteine aus der Kiste zufällig entnehmen; für jeden gelben und für jeden blauen Stein zahlt Lars 1 €, für jeden grünen 5 € an den Spieler. Für jeden roten Baustein muss der Spieler jedoch einen bestimmten Betrag an ihn zahlen. Wie hoch muss Lars diesen Betrag mindestens festsetzen, damit er bei häufigem Spielen im Mittel keinen Verlust zu befürchten hat?

Es werden zufällig 16 Bausteine aus der Kiste entnommen. Die beiden Säulendiagramme zeigen die Wahrscheinlichkeiten, dabei k gelbe Steine zu erhalten. Das linke Diagramm zeigt die zugehörige Binomialverteilung, das rechte ergibt sich bei Näherung durch die Normalverteilung.





(Fortsetzung nächste Seite)

BE

7 d) Prüfen Sie, ob das Kriterium für eine brauchbare Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung erfüllt ist (vgl. Formelsammlung). Zeigen Sie rechnerisch, dass es einen Wert für k gibt, bei dem die in den Diagrammen dargestellten Wahrscheinlichkeiten $P(k)$ und $P^*(k)$ um mehr als 2 Prozentpunkte voneinander abweichen.

3 e) In die Kiste werden weitere gelbe Bausteine gegeben. Um wie viel Prozent muss dabei die Anzahl der gelben Bausteine erhöht werden, damit anschließend jeder dritte Baustein in der Kiste gelb ist?

2. Es gibt zwei Typen A und B von Jumbo-Verkaufspackungen, die jeweils gut gemischt Tausende von Bausteinen enthalten; diese unterscheiden sich nur in ihrer Farbe. Bei Typ A ist jeder fünfte, bei Typ B jeder dritte Baustein gelb.
Bei einer gelieferten Jumbo-Verkaufspackung ist der Aufkleber mit der Typenbezeichnung verloren gegangen. Durch zufällige Entnahme von 25 Bausteinen soll entschieden werden, um welchen Typ es sich handelt. Verwenden Sie im Folgenden das Modell „Ziehen mit Zurücklegen“.

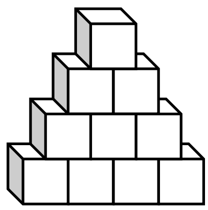
5 a) Geben Sie die Entscheidungsregel an, bei der die beiden Wahrscheinlichkeiten, sich irrtümlich für einen falschen Typ zu entscheiden, möglichst nahe beieinander liegen. Wie groß sind in diesem Fall die beiden Irrtumswahrscheinlichkeiten?

3 b) Wie muss die Entscheidungsregel aus Teilaufgabe 2a bei gleichbleibendem Stichprobenumfang geändert werden, wenn man die Wahrscheinlichkeit, sich irrtümlich für Typ A zu entscheiden, verringern will? Nennen Sie eine Konsequenz, die diese Änderung hinsichtlich einer Entscheidung für Typ B hat.

3. Lars’ kleine Schwester spielt mit 3 roten, 4 blauen und 3 gelben würfelförmigen Bausteinen, die sich nur in ihrer Farbe unterscheiden.

4 a) Sie baut einen Turm, indem sie alle Steine aufeinandersetzt. Wie viele verschiedene Farbmuster sind bei diesem Turm möglich, wenn weder der oberste noch der unterste Stein rot sein sollen?

4 b) Nun baut sie aus den 10 Steinen eine „Treppe“ (siehe Abbildung). Wie viele verschiedene Farbmuster sind für die aus 10 Quadraten bestehende Stirnseite der „Treppe“ möglich, wenn in jeder waagrechten Reihe ein blauer Stein sitzen soll?



40