LM3. ANALYTISCHE GEOMETRIE

BE

V.

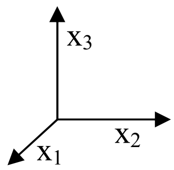
Gegeben sind in einem kartesischen Koordinatensystem des $\mathbb{R}^3$ der Punkt $A(2|-1|-2)$ und die Menge der Punkte $B_k(2|5|k)$ mit $k \in \mathbb{R}$.

1. Die Punkte A, B_{-2} und B_6 bilden ein Dreieck, das in einer Ebene E liegt. (Nachweis nicht erforderlich)

6 a) Zeigen Sie, dass das Dreieck bei B_{-2} einen rechten Winkel hat, und geben Sie eine Gleichung von E in Normalenform an. Welche besondere Lage im Koordinatensystem hat E?

[mögliches Ergebnis: $E: x_1 - 2 = 0$]

2 b) Zeichnen Sie das Dreieck in ein Koordinatensystem (vgl. Skizze) ein.



5 c) Weisen Sie nach, dass die Gerade AB_1 den Innenwinkel des Dreiecks bei A halbiert.

6 d) Berechnen Sie die Koordinaten des Inkreismittelpunkts M des Dreiecks $AB_{-2}B_6$ und tragen Sie M in die Zeichnung ein. Geben Sie den Radius r des Inkreises an. [zur Kontrolle: $M(2|3|0)$]

Im Folgenden bezeichnet a die Parallele zur x_1-Achse durch den Punkt A und b die Gerade, auf der die Punkte B_k liegen.

4 2. a) Zeigen Sie, dass die Geraden a und b windschief sind.

4 b) F_k bezeichnet die von der Geraden a und dem Punkt B_k bestimmte Ebene. Ermitteln Sie für F_k eine Gleichung in Normalenform.

[mögliches Ergebnis: $F_k: (2+k)x_2 - 6x_3 + k - 10 = 0$]

4 c) Das in Teilaufgabe 2b angegebene Ergebnis lässt sich als Ebenenschar deuten. Zeigen Sie, dass die Ebene $G: x_2 + 1 = 0$ die Gerade a enthält, aber nicht der Ebenenschar F_k angehört. In welcher Lagebeziehung stehen die Ebene G und die Gerade b zueinander?

(Fortsetzung nächste Seite)

BE	
	3. Das Dreieck $AB_{-2}B_6$ aus Aufgabe 1 bildet die Grundfläche einer Pyramide, deren Spitze der Punkt $S(s_1 \mid s_2 \mid s_3)$ ist.
5	a) Ermitteln Sie alle für die Koordinaten s_1, s_2 und s_3 möglichen Werte, wenn die Pyramide das Volumen 48 hat.
4	b) Auf den in Teilaufgabe 1d betrachteten Kreis wird nun eine Halbkugel – ebenfalls mit M als Mittelpunkt und r als Radius – gesetzt. Kann S so gewählt werden, dass diese Halbkugel ganz im Inneren der Pyramide liegt? Machen Sie Ihre Antwort plausibel.
40	