

Abitur 2015 Mathematik Geometrie VI

Die Gerade g verläuft durch die Punkte $A(0|1|2)$ und $B(2|5|6)$.

Teilaufgabe Teil A 1a (3 BE)

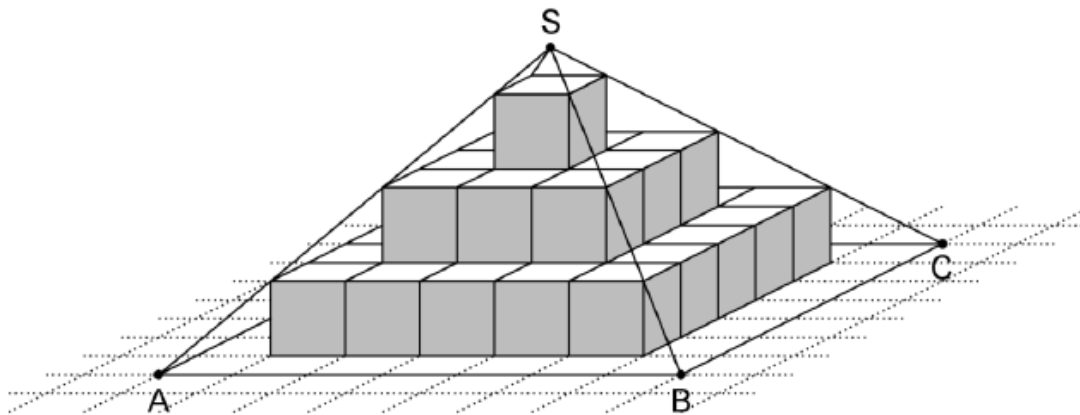
Zeigen Sie, dass die Punkte A und B den Abstand 6 haben.

Die Punkte C und D liegen auf g und haben von A jeweils den Abstand 12. Bestimmen Sie die Koordinaten von C und D .

Teilaufgabe Teil A 1b (2 BE)

Die Punkte A , B und $E(1|2|5)$ sollen mit einem weiteren Punkt die Eckpunkte eines Parallelogramms bilden. Für die Lage des vierten Eckpunkts gibt es mehrere Möglichkeiten. Geben Sie für zwei dieser Möglichkeiten die Koordinaten des vierten Eckpunkts an.

Die Abbildung zeigt die Pyramide $ABCD S$ mit quadratischer Grundfläche $ABCD$. Der Pyramide ist eine Stufenpyramide einbeschrieben, die aus Würfeln mit der Kantenlänge 1 besteht.



Teilaufgabe Teil A 2a (2 BE)

Geben Sie das Volumen der Stufenpyramide und die Höhe der Pyramide $ABCD S$ an.

Teilaufgabe Teil A 2b (3 BE)

Bestimmen Sie unter Verwendung eines geeignet gewählten kartesischen Koordinatensystems eine Gleichung für die Gerade, die durch die Punkte B und S verläuft.

Zeichnen Sie das gewählte Koordinatensystem in die Abbildung ein.

Abbildung 1 zeigt eine Sonnenuhr mit einer gegenüber der Horizontalen geneigten, rechteckigen Grundplatte, auf der sich ein kreisförmiges Zifferblatt befindet. Auf der Grundplatte ist der Polstab befestigt, dessen Schatten bei Sonneneinstrahlung die Uhrzeit auf dem Zifferblatt anzeigt.

Eine Sonnenuhr dieser Bauart wird in einem kartesischen Koordinatensystem modellhaft dargestellt (vgl. Abbildung 2). Dabei beschreibt das Rechteck $ABCD$ mit $A(5|-4|0)$ und $B(5|4|0)$ die Grundplatte der Sonnenuhr. Der Befestigungspunkt des Polstabs auf der Grundplatte wird im Modell durch den Diagonalschnittpunkt $M(2, 5|0|2)$ des Rechtecks $ABCD$ dargestellt. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht 10 cm in der Realität. Die Horizontale wird im Modell durch die $x_1 x_2$ -Ebene beschrieben.



Abb. 1

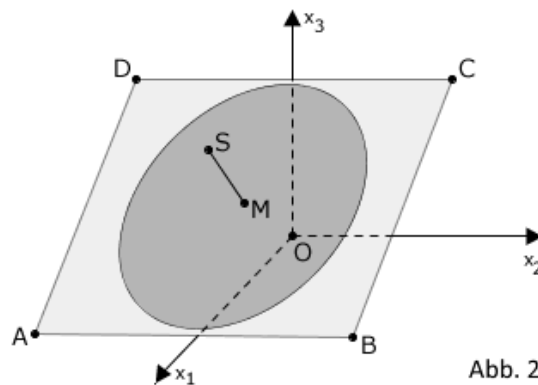


Abb. 2

Teilaufgabe Teil B a (5 BE)

Bestimmen Sie die Koordinaten des Punkts C . Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E , in der das Rechteck $ABCD$ liegt, in Normalenform.

(mögliches Teilergebnis: $E : 4x_1 + 5x_3 - 20 = 0$)

Teilaufgabe Teil B b (4 BE)

Die Grundplatte ist gegenüber der Horizontalen um den Winkel α geneigt. Damit man mit der Sonnenuhr die Uhrzeit korrekt bestimmen kann, muss für den Breitengrad φ des Aufstellungsorts der Sonnenuhr $\alpha + \varphi = 90^\circ$ gelten. Bestimmen Sie, für welchen Breitengrad φ die Sonnenuhr gebaut wurde.

Teilaufgabe Teil B c (3 BE)

Der Polstab wird im Modell durch die Strecke $[MS]$ mit $S(4, 5|0|4, 5)$ dargestellt. Zeigen Sie, dass der Polstab senkrecht auf der Grundplatte steht, und berechnen Sie die Länge des Polstabs auf Zentimeter genau.

Sonnenlicht, das an einem Sommertag zu einem bestimmten Zeitpunkt t_0 auf die Sonnenuhr einfällt, wird im Modell durch parallele Geraden mit dem Richtungsvektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ -13 \end{pmatrix}$ dargestellt.

Teilaufgabe Teil B d (6 BE)

Weisen Sie nach, dass der Schatten der im Modell durch den Punkt S dargestellten Spitze des Polstabs außerhalb der rechteckigen Grundplatte liegt.

Teilaufgabe Teil B e (2 BE)

Um 6 Uhr verläuft der Schatten des Polstabs im Modell durch den Mittelpunkt der Kante $[BC]$, um 12 Uhr durch den Mittelpunkt der Kante $[AB]$ und um 18 Uhr durch den Mittelpunkt der Kante $[AD]$. Begründen Sie, dass der betrachtete Zeitpunkt t_0 vor 12 Uhr liegt.