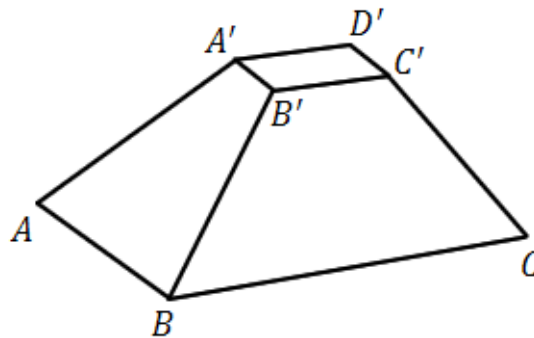


Abitur Bayern 2011 G9 GK Analytische Geometrie VI

Auf dem Boden des Mittelmeeres wurde ein antiker Marmorkörper entdeckt, der ersten Unterwasseraufnahmen zufolge die Form eines Pyramidenstumpfs besitzen könnte. Mithilfe eines Peilungssystem konnte die Lage von sieben der acht Eckpunkte ermittelt und zur weiteren Analyse des Körpers in einem kartesischen Koordinatensystem modellhaft dargestellt werden: $A(0 \mid 0 \mid 0)$, $B(-6 \mid -12 \mid 12)$ und $C(18 \mid -36 \mid 0)$ sind Eckpunkte der Grundfläche, $A'(14 \mid -8 \mid 8)$, $B'(12 \mid -12 \mid 12)$, $C'(20 \mid -20 \mid 8)$ und $D'(22 \mid -16 \mid 4)$ die Eckpunkte der Deckfläche (vgl. Abbildung).



Teilaufgabe a (5 BE)

Zeigen Sie, dass die Deckfläche $A'B'C'D'$ ein Rechteck ist und den Inhalt 72 besitzt.

Teilaufgabe b (3 BE)

Weisen Sie nach, dass das Dreieck ABC bei B rechtwinklig ist, und bestimmen Sie die Koordinaten des Punkts D , der gemeinsam mit A , B und C die Eckpunkte eines Rechtecks bildet.

Exakte Messungen am Marmorkörper zeigen, dass der Punkt D im Modell die Lage des vierten Eckpunkts der Grundfläche beschreibt.

Teilaufgabe c (8 BE)

Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene E , die die Grundfläche $ABCD$ enthält, in Normalenform. Weisen Sie nach, dass die Deckfläche parallel zur Grundfläche ist und von dieser den Abstand 12 hat.

[mögliches Teilergebnis: $E : 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 0$]

Durch Berechnungen wird bestätigt, dass der Marmorkörper die Form eines Pyramidenstumpfs hat. Im Modell wird für weitere Überlegungen auch die zum Stumpf gehörige Pyramide mit Grundfläche $ABCD$ betrachtet.

Teilaufgabe d (6 BE)

Berechnen Sie die Höhe h dieser Pyramide.

[Ergebnis: $h = 18$]

Teilaufgabe e (5 BE)

Bestimmen Sie das Volumen des Pyramidenstumpfs.

Teilaufgabe f (8 BE)

Auf besonderes Interesse stößt die Seitenfläche des Marmorkörpers, die im Modell mit $BCC'B'$ bezeichnet wurde. Zeigen Sie, dass die Geraden BC und $B'C'$ den Abstand $6\sqrt{5}$ besitzen und berechnen Sie den Inhalt dieser Seitenfläche im Modell.

Teilaufgabe g (5 BE)

Um Informationen über den inneren Aufbau des Marmorkörpers zu erhalten, wird er geradlinig durchbohrt - im Modell betrachtet parallel zur x_3 -Achse, ausgehend vom Mittelpunkt der Kante $[BB']$. Berechnen Sie im Modell die Koordinaten des Punkts, in dem die Bohrung aus der Grundfläche austritt.