BE	**AII – Teil 1**
5	1. Geben Sie für die Funktionen mit den folgenden Termen jeweils die maximale Definitionsmenge an und untersuchen Sie die Funktionen auf Nullstellen. $f_1(x)=\frac{1}{x-1}$, $f_2(x)=\sqrt{x-1}$, $f_3(x)=\ln(x-1)$
5	2. Es gibt genau eine Tangente an den Graphen der Funktion $f: x \mapsto x^2$, $D_f = \mathbb{R}$, deren Neigungswinkel gegen die x-Achse 135° beträgt. Bestimmen Sie eine Gleichung dieser Tangente.
	3. Der Graph einer auf $\mathbb{R}$ definierten, integrierbaren Funktion f sei punktsymmetrisch zum Ursprung.
3	a) Begründen Sie allgemein, dass dann für alle $a>0$ gilt: $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$.
4	b) Wählen Sie selbst eine Funktion f, deren Graph punktsymmetrisch zum Ursprung ist, und bestätigen Sie für dieses f die Aussage aus Teilaufgabe 3a, indem Sie das Integral für die gewählte Funktion f mithilfe einer Stammfunktion berechnen.
3	4. Welcher der angegebenen Terme nähert die Funktion $f: x \mapsto \frac{1}{x}+x+1$ für große Werte von x am besten? Machen Sie Ihre Antwort plausibel. (i) $\frac{1}{x}$ (ii) x (iii) $x+1$ (iv) $\frac{1}{x}+1$ (v) $\frac{1}{x}+x$

(Fortsetzung nächste Seite)

BE	**AII – Teil 2**
	5. Die Funktion $f: t \mapsto 3(1-e^{-t})-t$ wird im Definitionsbereich $D_f = \mathbb{R}_0^+$ betrachtet. Der Graph von f wird mit G_f bezeichnet.
10	a) Bestimmen Sie das Verhalten von f an den Grenzen von D_f. Zeigen Sie, dass G_f genau einen Hochpunkt besitzt, und berechnen Sie dessen Koordinaten. Berechnen Sie f(3) und skizzieren Sie G_f mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse. [Zur Kontrolle: Hochpunkt an der Stelle $t = \ln 3$]
3	b) Im Intervall [2; 3] besitzt f genau eine Nullstelle a. Führen Sie mit dem Startwert 3 den ersten Schritt des Newton-Verfahrens zur näherungsweisen Berechnung von a durch. Man erhält dadurch a auf zwei Dezimalen genau. [Ergebnis: $a \approx 2{,}82$]
5	c) Berechnen Sie mithilfe des Näherungswerts aus Teilaufgabe 5b den Inhalt des Flächenstücks, das G_f im I. Quadranten mit der t-Achse einschließt.
5	d) Betrachtet wird die Funktion $F: x \mapsto \int_a^x f(t)\,dt,\ D_F = D_f$. Beschreiben Sie den Verlauf des Graphen von F in der Nähe des Punktes $N(a \mid F(a))$. Begründen Sie Ihre Ausführungen. Welche Bedeutung hat das Ergebnis der Teilaufgabe 5c für die Funktion F?

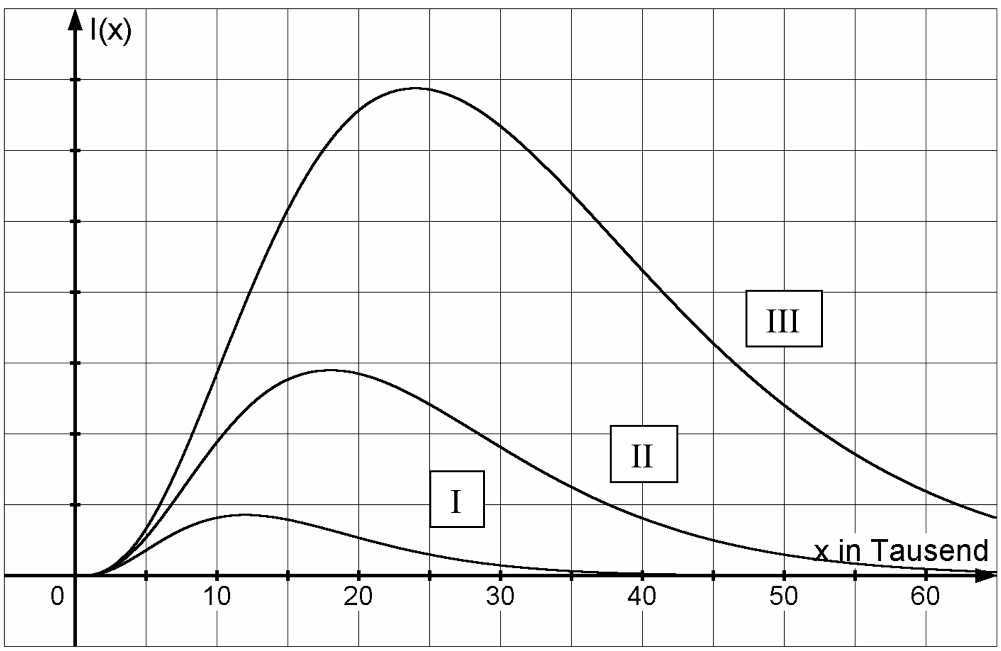
(Fortsetzung nächste Seite)

BE

6. Jeder Körper sendet elektromagnetische Strahlung unterschiedlicher Frequenzen aus. Die Intensität der Strahlung hängt von der Frequenz der Strahlung ab. Im Idealfall gilt nach Max Planck für diese Intensität bei einem Körper der Temperatur T:

$$I_T(x) = \frac{x^3}{e^{\frac{x}{T}} - 1}\quad, D_{I_T} = \mathbb{R}^+.$$

Dabei entspricht x bis auf eine Konstante der Frequenz der Strahlung und der Parameter T (Temperatur in Kelvin) ist positiv.
Die Graphik zeigt die zu drei Werten des Parameters T gehörenden Graphen von I_T.
Jede Scharfunktion I_T hat genau eine Maximalstelle x_{max}.



In den folgenden Teilaufgaben kann ohne Einheiten gerechnet werden.

3 a) Weisen Sie am Funktionsterm nach, dass $I_T(x)$ stets positiv ist.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE	
6	b) Weisen Sie nach, dass für die erste Ableitung der Funktion I_T gilt: $$I'_T(x) = \frac{x^2 e^{\frac{x}{T}}[3(1-e^{-\frac{x}{T}}) - \frac{x}{T}]}{(e^{\frac{x}{T}}-1)^2}.$$ Vergleichen Sie diesen Term mit dem der Funktion f aus Aufgabe 5 und zeigen Sie, dass für die Maximalstelle x_{max} von I_T gilt: $\frac{x_{max}}{T} = a$, wobei a die positive Nullstelle von f ist.
5	c) Unsere Sonne liefert maximale Intensität für $x_{max} = 17 \cdot 10^3$ (gelbgrüner Farbbereich). Welche Oberflächentemperatur ergibt sich hieraus für die Sonne? Ordnen Sie die gezeichneten Graphen der Funktionsschar I_T den Temperaturen $T_1 = 4000$ Kelvin, $T_2 = 6000$ Kelvin und $T_3 = 8000$ Kelvin zu. Begründen Sie Ihre Antwort.
3	d) Ein Körper der Temperatur T liefert für x_{max} die Intensität $I_T(x_{max})$. Begründen Sie, dass sich $I_T(x_{max})$ verachtfacht, wenn ein Körper mit doppelt so hoher Temperatur betrachtet wird.
60	