Abiturprüfung

Berufliche Gymnasien BW

Stochastik

Teil 2

2010 bis 2015

Text Nr. 74212

Stand: 13. August 2015

Friedrich Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.de

Vorwort

Da ich die Lizenz besitze, sämtliche Aufgaben der Haupt-Abiturprüfungen aus Baden-Württemberg zu veröffentlichen, baue ich eine große Sammlung auf. Nun findet man solche Aufgaben öfters im Internet. Doch meine ausführlichen Lösungen mit intensiver Besinnung auf die Grundlagen, ist sicher einmalig und hilfreich für Schüler / und auch Lehrer bzw. Referendare. Ich verwende ab und zu CAS-Screenshots, obwohl diese Aufgaben in der Regel nur mit GTR gelöst werden sollen.

Dieser zweite Teil dieser Sammlung beschäftigt sich mit den Prüfungsaufgaben der beruflichen Gymnasien. Folgende Texte gibt es bzw. sind in Planung:

74011	Analysis Teil 1	2000 bis 2009	in Planung
74012	Analysis Teil 2	2010 bis 2015	
74013	Analysis Teil 3	Anwendungsaufgaben 2005 bis 2009	
74014	Analysis Teil 4	Anwendungsaufgaben 2010 bis 2015	
74020	**Analysis spezial**:	Trigonometrische Funktionen (2002 bis 2015)	
74031	Vektorgeometrie 1	2000 bis 2005	in Planung
74032	Vektorgeometrie 2	2006 bis 2015	
74111	Matrizenrechnung	Betriebliche Verflechtungen Leontief-Modell	1982 bis 2015
74120	Matrizenrechnung	Bedarfstabellen, Kostenrechnungen	1982 bis 1999
74121	Matrizenrechnung	Bedarfstabellen, Kostenrechnungen	2000 bis 2015
74122	**Matrizenrechnung spezial**	Ausgewählte Anwendungsaufgaben	
74131	Lineare Optimierung	2005 – 2015	
74211	Stochastik Teil 1	2000 bis 2009	in Arbeit
74212	**Stochastik Teil 2**	**2010 bis 2015**	**(dieser Text)**

Der dritte Teil befasst sich mit der Fachhochschulreifeprüfung / Berufskolleg

74321	**Analysis spezial:**	Trigonometrische Funktionen 2002 bis 2010 (bald bis 2015)
74331	Matrizenrechnung	2002 bis 2010 (bald bis 2015)

Weiteres wird folgen.

Inhalt

ABITUR 2010 - BW / Stochastik Aufgabe 1

für WG, TG usw. - ohne CAS

1 Bei einer Abschlussprüfung sind erfahrungsgemäß 20% der angemeldeten Studierenden Wiederholer. Von diesen treten 12% von der Prüfung zurück.
Insgesamt treten 83,2% der angemeldeten Studenten zur Prüfung an.

1.1 Einer der angemeldeten Studierenden wird zufällig ausgewählt.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der Studierende ein Wiederholer und tritt von der Prüfung zurück?
Der Studierende nimmt an der Prüfung teil. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist er ein Wiederholer?
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der Studierende kein Wiederholer und nimmt an der Prüfung teil? (8 VP)

1.2 Bei der Anmeldung zur Prüfung werden die Studierenden gefragt, ob sie die Prüfung wiederholen.

1.2.1 Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter 6 befragten Studierenden höchstens ein Wiederholer ist? (3 VP)

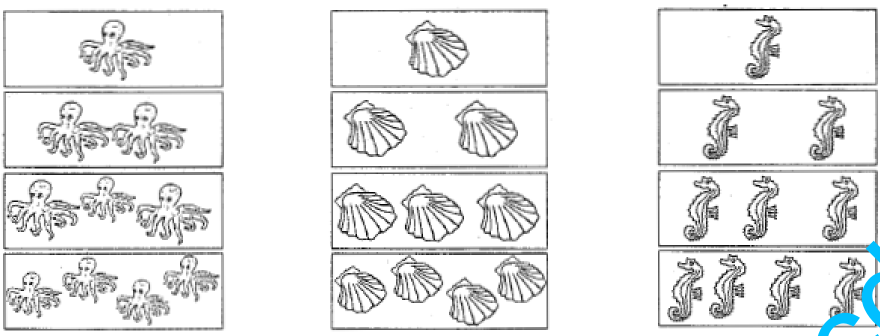
1.2.2 Wie viele Studierende müssen sich mindestens angemeldet haben, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 95% mindestens ein Wiederholer auf der Anmeldeliste steht? (4 VP)

ABITUR 2010 - BW / Stochastik Aufgabe 2

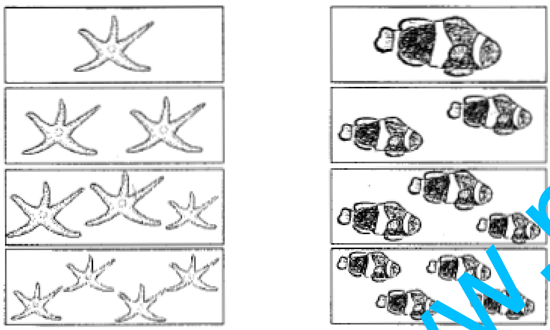
für WG, TG usw. / ohne CAS

2 Zu einem Kartenspiel gehören 20 Karten:

4 Krakenkarten 4 Muschelkarten 4 Seepferdchenkarten



4 Seesternkarten 4 Fischkarten



Zu jeder dieser Tierarten gibt es eine Karte mit einem Tier, eine Karte mit zwei Tieren, eine Karte mit drei Tieren und eine Karte mit vier Tieren.

2.1 Aus dem gemischten Kartenstapel zieht ein Spieler vier Karten ohne Zurücklegen.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

A: Auf jeder Karte sind vier Tiere.

B: Alle Karten zeigen dieselbe Tierart.

C: Alle Karten zeigen unterschiedliche Tierarten. (7 VP)

2.2 Abiturienten bieten beim Schulfest folgendes Spiel an: Gegen einen Einsatz von 2 € darf ein Spieler aus den 20 Karten vier Karten ohne Zurücklegen ziehen.
Zeigen die gezogenen Karten vier verschiedene Tierarten, so erhält er eine Auszahlung von 5 €. In allen anderen Fällen erhält er nichts.

2.2.1 Wie oft muss er mindestens spielen, damit die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine Auszahlung von 5 € zu bekommen, größer als 99 % ist? (4 VP)

2.2.2 Die Abiturienten vermuten, dass sie bei 500 Spieldurchgängen einen Gewinn von 340 € erzielen können.
Bestätigen oder widerlegen Sie diese Vermutung rechnerisch. (4 VP)

ABITUR 2010 - BW / Stochastik Aufgabe 1

für TG mit CAS

1.1 Computerviren sind sich selbst verbreitende Programme, die eine Schadfunktion beinhalten. Bei einer Untersuchung von Dateien auf einem Tauschbörsenserver im Internet werden Viren entdeckt. Von 1000 Dateien sind durchschnittlich 49 vom Virus AutoRun, 34 vom Virus Buzus, 29 vom Virus Cbot und 17 vom Virus Drop befallen.
Diese Viren können unabhängig voneinander dieselbe Datei befallen.
Manche Dateien sind von mehreren Viren befallen.

1.1.1 Es wird eine Datei von diesem Tauschbörsenserver heruntergeladen.
Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse:

E_1: Die Datei ist vom Virus AutoRun befallen.

E_2: Die Datei ist virenfrei.

E_3: Die Datei ist nur von Drop befallen.

E_4: Die Datei ist von Buzus oder von Cbot oder von beiden befallen. (7 VP)

1.1.2 Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von vier zufällig heruntergeladenen Dateien mindestens zwei vom Virus AutoRun befallen sind? (4 VP)

1.2 Auf Computern sind durchschnittlich 0,6 % der Dateien mit Viren befallen.
Zur Abwehr von Viren werden so genannte Virenscanner eingesetzt.
Ein Hersteller bietet einen Virenscanner an, der eine infizierte Datei mit einer Wahrscheinlichkeit von 99,5 % als infiziert erkennt. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine nicht infizierte Datei als infiziert gemeldet wird, beträgt 2 %.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine vom Virenscanner als infiziert gemeldete Datei auch tatsächlich infiziert ist? (4 VP)

ABITUR 2010 - BW / Stochastik Aufgabe 2

für TG mit CAS

2 Ein Satz Spielkarten besteht aus 32 Karten mit den Zahlen 7, 8, 9, 10, dem Ass und den Bildern Bube, Dame und König, jeweils in den Farben Kreuz, Pik, Herz und Karo.

Ein Kasino bietet mit diesem Kartensatz ein Spiel an, bei dem ein Spieler von dem gut gemischten Kartenstapel die jeweils oberste Karte aufdeckt und neben dem Stapel ablegt.

Deckt der Spieler ein Ass auf, hat er verloren und das Spiel endet.
Deckt er direkt nacheinander zwei Karten mit einer Zahl oder zwei Karten mit einem Bild auf, so hat er gewonnen und das Spiel endet.
Der Spieler darf höchstens drei Karten aufdecken. Hat er bis dahin nicht gewonnen, gilt das Spiel für ihn als verloren.

2.1 Berechnen Sie für jedes der folgenden Ereignisse die Wahrscheinlichkeit:

A: Der Spieler verliert das Spiel mit dem Aufdecken der ersten Karte.

B: Der Spieler gewinnt das Spiel mit dem Aufdecken der zweiten Karte.

C: Der Spieler gewinnt das Spiel. (8 VP)

2.2 Der Spieler zahlt einen Einsatz von 5 € pro Spiel. Gewinnt der Spieler mit der zweiten Karte, bekommt er 6 €ausgezahlt. Gewinnt er mit der dritten Karte, so wird der doppelte Betrag an ihn ausgezahlt.

Mit welchem Gewinn pro Spiel kann das Kasino langfristig rechnen?

ABITUR 2011 - BW / Stochastik Aufgabe 1

für WG, TG usw. / ohne CAS

1 Beim Skatspiel besteht ein Spielkartensatz aus 32 Karten.
Die Kartenwerte 7, 8, 9, 10, Bube, Dame, König, Ass gibt es in jeder der vier Spielfarben Karo, Herz, Pik und Kreuz.
Vor einem Spiel werden die Karten gemischt. Beim Austeilen erhält jeder Spieler zehn Karten. Zwei Karten werden verdeckt in die Mitte gelegt, sie bilden den Skat.

1.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

A: Im Skat liegen zwei Kreuz-Karten.

B: Im Skat liegt kein Ass.

C: Im Skat liegt genau ein Bube.

Eine Karte im Skat ist ein Bube.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass auch die andere Karte ein Bube ist? (6 VP)

1.2 Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler nach dem Austeilen alle Buben auf der Hand hat? (4 VP)

1.3 Alle Karten mit den Werten 7, 8 oder 9 heißen Luschen.
Zwei Abiturienten spielen mit dem Kartensatz und legen n Karten, die keine Luschen sind, auf die Seite.
Einer der Abiturienten darf aus den restlichen Karten zwei Karten auf einmal ziehen.
Bestimmen Sie n so, dass die Wahrscheinlichkeit, genau eine Lusche zu ziehen, mindestens 50% beträgt. (5 VP)

ABITUR 2011 - BW / Stochastik Aufgabe 2

für WG, TG usw. / ohne CAS

2 14 farbige Kugeln sind auf zwei Urnen so verteilt, wie es die folgende Tabelle zeigt:

	Blau	Rot	Weiß
Urne 1	2	5	1
Urne 2	3	2	1

2.1 In einem Spielzug wird zunächst durch Werfen eines Würfels eine Urne bestimmt.
Erscheint eine der Augenzahlen 1, 2, 3 oder 4, wird Urne 1 ausgewählt,
bei 5 oder 6 wird Urne 2 ausgewählt.
Dann wird aus der ausgewählten Urne eine Kugel gezogen, ihre Farbe wird festgestellt und die Kugel wird zurückgelegt.

2.1.1 Zeichnen Sie ein Baumdiagramm für einen Spielzug.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die gezogene Kugel rot ist. (6 VP)

2.1.2 Es werden drei Spielzüge durchgeführt.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse.
A: Genau zwei Kugeln sind rot.
B: Mindestens zwei Kugeln haben dieselbe Farbe. (6 VP)

2.2 Max bietet Moritz folgendes Spiel an:
Moritz zahlt an Max einen Einsatz und zieht dann aus jeder Urne eine Kugel.
Zieht er zwei weiße Kugeln, erhält er von Max den zehnfachen Einsatz.
Sind beide Kugeln blau, erhält er das Dreifache seines Einsatzes
und bei zwei roten Kugeln das Doppelte seines Einsatzes.
Bei verschiedenfarbigen Kugeln erhält er nichts.

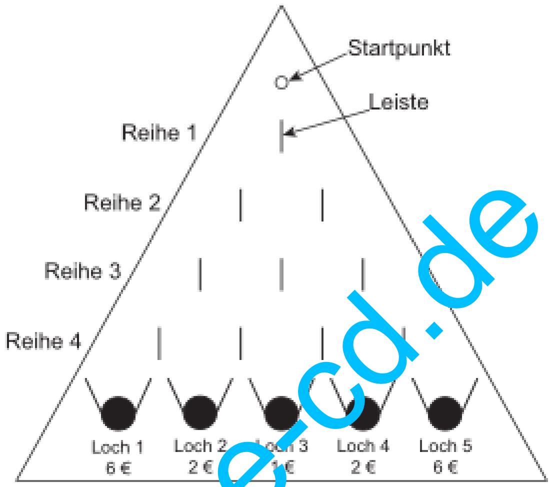
Untersuchen Sie, ob der Einsatz von Moritz so gewählt werden kann, dass das Spiel fair ist.
(5 VP)

ABITUR 2011 - BW / Stochastik Aufgabe 1

für TG mit CAS

1 Auf einem Jahrmarkt wird neben einer Imbissbude ein Glücksspiel angeboten.

1.1 Für das Glücksspiel werden eine Kugel und ein Brett in der abgebildeten Form verwendet.
Das Brett ist so montiert, dass die am Startpunkt angesetzte Kugel nach unten in eines der fünf Löcher rollt.
Dabei wird sie in jeder Reihe an einer Leiste mit gleicher Wahrscheinlichkeit nach links oder rechts abgelenkt.



Der Spieler wählt eines der fünf Löcher. Dann lässt er die Kugel rollen. Landet die Kugel in dem Loch, das der Spieler vorhergesagt hat, so erhält er den auf dem Brett angegebenen Betrag. Sonst bekommt er nichts.

1.1.1 Mit welcher Wahrscheinlichkeit rollt die Kugel in Loch 5? (2 VP)

1.1.2 Berechnen Sie, wie oft das Spiel wiederholt werden muss, damit die Kugel mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % mindestens einmal in Loch 5 rollt. (3 VP)

1.1.3 Ein Spieler sucht die optimale Strategie, die ihm auf lange Sicht die höchste Auszahlung verspricht. Untersuchen Sie, auf welches Loch er setzen sollte.
Der Spielanbieter geht davon aus, dass alle Spieler die optimale Strategie wählen.

Welchen Einsatz muss er mindestens fordern, wenn er im Durchschnitt 10 Cent pro Spiel verdienen möchte? (7 VP)

1.2 40 % der Jahrmarktbesucher kaufen in der Imbissbude ein, 20 % spielen das Glücksspiel.
12 % der Besucher spielen das Glücksspiel, kaufen aber nichts in der Imbissbude.
Untersuchen Sie, ob die Ereignisse „Ein Besucher spielt das Glücksspiel“ und „Ein Besucher kauft in der Imbissbude ein“ stochastisch unabhängig sind. (3 VP)

ABITUR 2011 - BW / Stochastik Aufgabe 2

für TG mit CAS

2 Die Mitarbeiter des Großunternehmens K & X wurden befragt, mit welchem Verkehrsmittel sie - abhängig von der Witterung - zur Arbeit kommen.
Folgende Tabelle zeigt das Ergebnis der Befragung.

	Auto	Fahrrad	Öffentliche Verkehrsmittel
Sonnig	30 %	60 %	10 %
Bewölkt oder regnerisch	60 %	20 %	20 %
Schneefall oder Eisglätte	55 %	5 %	40 %

Wetterbeobachtungen haben ergeben, dass es durchschnittlich an 13 % der Arbeitstage sonnig und an 85 % der Arbeitstage bewölkt oder regnerisch ist. An den restlichen Arbeitstagen wird Schneefall oder Eisglätte erwartet.

2.1 Es werden vier Mitarbeiter zufällig ausgewählt.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von diesen vier Mitarbeitern an einem sonnigen Tag

- keiner mit dem Auto zu Arbeit gekommen ist.
- höchstens einer mit dem Auto zur Arbeit gekommen ist.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von diesen vier Mitarbeitern an einem Tag mit Schneefall oder Eisglätte mindestens einer mit dem Auto gekommen ist? (6 VP)

2.2 Im Rahmen einer Aktion „Mobil ohne Auto“ plant die Stadt, jedem teilnehmenden Unternehmen einen Zuschuss von 51 Cent pro Arbeitstag für jeden Mitarbeiter zu geben, der nicht mit dem Auto zur Arbeitsstelle kommt. Im Gegenzug verpflichten sich diese Unternehmen, für jeden Mitarbeiter, der mit dem Auto kommt, 40 Cent pro Arbeitstag an die Stadt zu bezahlen.
Das Unternehmen K & X möchte an der Aktion teilnehmen. Die dadurch erhofften Einnahmen sollen dem Betriebskindergarten gespendet werden.

Untersuchen Sie, ob das Unternehmen unter den gegebenen Bedingungen Einnahmen erzielen wird. (4 VP)

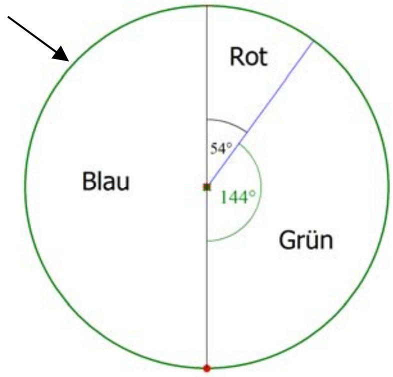
2.3 Bei K & X arbeiten 3.000 Mitarbeiter an 250 Arbeitstagen im Jahr.
Dem Betriebskindergarten sollen 10.000 Euro gespendet werden.

Wie viele Mitarbeiter müssten dazu an bewölkten oder regnerischen Tagen vom Auto auf andere Verkehrsmittel umsteigen? (5 VP)

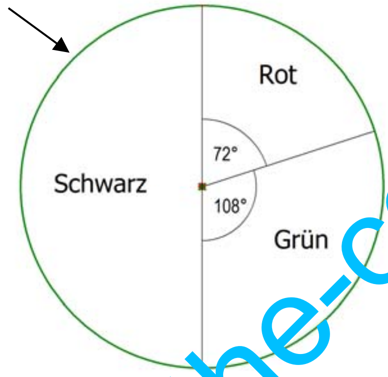
ABITUR 2012 - BW / Stochastik Aufgabe 1

für WG, TG usw. / ohne CAS und mit CAS

1 Zwei Glücksräder sind in je drei verschiedenfarbige Sektoren eingeteilt (siehe Abbildung).
Die Räder werden unabhängig voneinander in Drehung versetzt.
Bei Stillstand zeigt ein Pfeil bei jedem Rad auf genau einen Sektor.



Rad 1



Rad 2

1.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:

E_1: Beide Pfeile zeigen auf Rot

E_1: Es zeigt mindestens ein Pfeil auf Rot

E_3: Beide Pfeile zeigen auf verschiedene Farben. (7 VP)

1.2 Es wird folgendes Glücksspiel angeboten:
Der Spieler darf jedes Rad einmal in Drehung versetzen.
Zeigen die Pfeile auf die gleiche Farbe, so erhält der Spieler 1 €.
Zeigt ein Pfeil auf Blau und der andere auf Rot, so erhält der Spieler 3,50 €.
In allen anderen Fällen erhält er nichts.

1.2.1 Welchen Einsatz muss der Spielanbieter verlangen, damit sein Gewinn pro Spiel durchschnittlich 50 Cent beträgt? (4 VP)

1.2.2 Wie oft muss ein Spieler mindestens spielen, damit die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens einmal eine Auszahlung von 3,50 € erhält, größer als 80% ist? (4 VP)

ABITUR 2012 - BW / Stochastik Aufgabe 2

für WG, TG usw. / ohne CAS und mit CAS

2 Ein Unternehmen stellt Speicherbausteine her. Diese werden einer Qualitätskontrolle unterzogen, bei der 5% als Ausschuss aussortiert werden.

2.1 Berechnen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit, dass von vier Speicherbausteinen, die die Qualitätskontrolle durchlaufen,

- keiner aussortiert wird
- genau einer aussortiert wird
- mindestens zwei aussortiert werden. (5 VP)

2.2 Die Qualitätskontrolle besteht aus zwei Stufen. In der ersten Stufe werden neunmal so viele Bausteine aussortiert wie in der zweiten Stufe.
Für den laufenden Monat ist eine Produktionsmenge von 140.000 Bausteinen geplant.

Wie viele Bausteine werden in der ersten Stufe, wie viele in der zweiten Stufe der Qualitätskontrolle voraussichtlich aussortiert?

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Baustein, der die zweite Stufe durchläuft, aussortiert wird. (5 VP)

2.3 Aus langjähriger Erfahrung ist bekannt, dass 4,5% aller produzierten Speicherbausteine defekt sind. Trotz Qualitätskontrolle werden nicht alle defekten Bausteine aussortiert.
Erfahrungsgemäß ist einer von 1000 verkauften Bausteinen defekt.
Zudem werden auch Bausteine aussortiert, die nicht defekt sind.

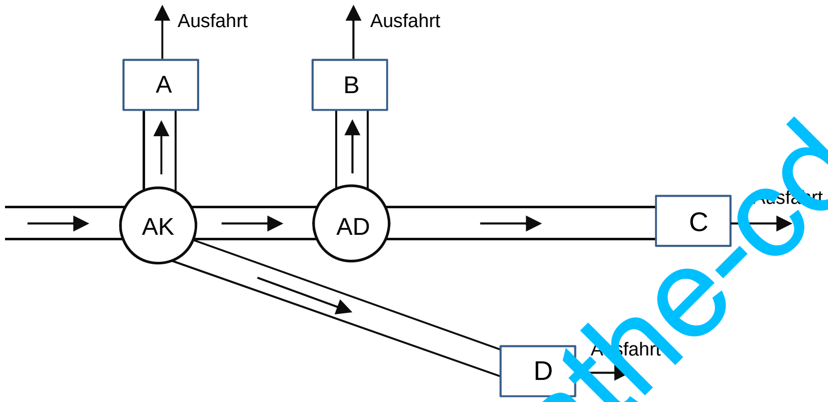
Welcher Anteil nicht defekter Bausteine ist demnach im Ausschuss zu erwarten? (5 VP)

ABITUR 2013 - BW / Stochastik Aufgabe 1

für WG, TG usw. / ohne CAS und mit CAS

1 An den Ausfahrten eines kostenpflichtigen Autobahnnetzes befinden sich vier Mautstellen A, B, C und D.

Von den am Autobahnkreuz AK ankommenden Fahrzeugen verlassen 10% die Autobahn bei A, 60% bei D und 6% bei B.



1.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein bei AK ankommendes Fahrzeug weiter zum Autobahndreieck AD fährt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein bei AK ankommendes Fahrzeug die Autobahn bei Mautstelle C verlässt?

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein bei AD ankommendes Fahrzeug die Autobahn bei Mautstelle C verlässt. (4 VP)

1.2 Drei Fahrzeuge kommen bei AK an. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

E_1: Alle drei Fahrzeuge verlassen die Autobahn bei Mautstelle D.

E_2: Jedes Fahrzeug verlässt die Autobahn bei einer anderen Mautstelle. (5 VP)

1.3 Wie viele Fahrzeuge müssen bei AK mindestens ankommen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99% mindestens ein Fahrzeug die Autobahn bei Mautstelle A verlässt? (3 VP)

1.4 Beim Verlassen der Autobahn müssen Gebühren nach folgender Tabelle entrichtet werden:

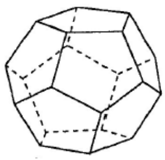
Mautstelle A	Mautstelle B	Mautstelle C	Mautstelle D
2 €	5 €	8 €	4 €

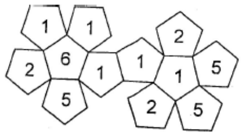
Wie viele Fahrzeuge müssen beim Autobahnkreuz AK mindestens ankommen, damit mit 100.000 € Einnahmen gerechnet werden kann? (3 VP)

ABITUR 2013 - BW / Stochastik Aufgabe 2

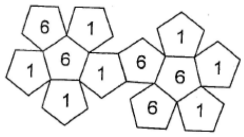
für WG, TG usw. / ohne CAS und mit CAS

2 Zwei Dodekaeder werden als Spielwürfel verwendet. Ihre 12 Seiten sind wie unten abgebildet beschriftet. Es gilt stets die Zahl als geworfen, die auf der obersten Fläche zu sehen ist. Alle Seiten liegen mit derselben Wahrscheinlichkeit oben.


Dodekaeder



Seiten von Würfel 1



Seiten von Würfel 2

2.1 Würfel 1 wird viermal geworfen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

A: Es tritt die Zahlenreihenfolge 5 – 6 – 2 – 2 auf.

B: Alle Zahlen sind verschieden.

Marc behauptet: Das Ereignis "alle Zahlen sind gleich" ist das Gegenereignis von B. Nehmen Sie Stellung. (6 VP)

2.2 Würfel 2 wird viermal geworfen.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei die Sechs häufiger auftritt als die Eins. (3 VP)

2.3 Jonas und Marc benutzen die beiden Würfel für ein Spiel. Jonas wirft Würfel 1 einmal, Marc wirft Würfel 2 einmal. Gewonnen hat derjenige, dessen Würfel die höhere Zahl anzeigt. Der Gewinner erhält vom Verlierer die höhere der geworfenen Zahlen in Euro ausgezahlt. Bei gleichen Zahlen endet das Spiel unentschieden, und keiner der beiden muss zahlen.

Prüfen Sie, für wen sich das Spiel langfristig lohnt. (6 VP)

ABITUR 2014 - BW / Stochastik Aufgabe 1

für WG, TG usw. / ohne CAS und mit CAS

1 Auf einem Glücksrad sind 40 gleich große Sektoren vorhanden. Jeder Sektor ist mit einer der Zahlen 0, 1, 2, 3 beschriftet. Die Zahlen sind mit folgenden absoluten Häufigkelten vertreten:

Zahl	0	1	2	3
Absolute Häufigkeit	20	10	6	4

Das Glücksrad wird gedreht und zufällig gestoppt. Ein fest stehender Pfeil zeigt dann auf einen der Sektoren. Die Zahl im Sektor wird abgelesen und notiert.

1.1 Dieser Vorgang wird genau viermal durchgeführt.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

A: Die Zahlen 0, 1, 2, 3 werden in dieser Reihenfolge abgelesen.

B: Alle vier Zahlen treten je einmal auf.

C: Die 3 tritt mindestens zweimal auf.

D: Die Summe der vier Zahlen ist größer als 10. (8 VP)

1.2 Ein Veranstalter bietet folgendes Spiel an: Ein Spieler darf das Glücksrad bis zu viermal drehen. Ziel ist es, eine möglichst hohe Zahl zu erreichen. Sobald der Spieler mit der Zahl zufrieden ist, kann er aufhören. Wenn er aber noch einmal dreht, wird die zuvor erreichte Zahl verworfen.
Der Veranstalter beobachtet, dass viele Spieler folgende Strategie anwenden: "Spiele nur so lange, bis mindestens der Zahlenwert 2 auftritt, und beende dann sofort das Spiel!"

1.2.1 Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler mit dieser Strategie seine vier Versuche ausschöpft und nicht vorher aufhört? (2 VP)

1.2.2 Welchen Zahlenwert erreicht ein Spieler mit dieser Strategie im Durchschnitt? (5 VP)

ABITUR 2014 - BW / Stochastik Aufgabe 2

für WG, TG usw. / ohne CAS und mit CAS

2 Die Polizei plant für das Spiel der beiden Fußballvereine Rot-Weiß Kuburg (RWK) und TuS Restadt (TuS) einen Einsatz.
Sie geht davon aus, dass 48% der Zuschauer Fans vom RWK und 30% vom TuS sind. Keiner der Fans ist Fan von beiden Vereinen. Die restlichen Zuschauer werden als neutral eingestuft.

Die Polizei weiß aus Erfahrung, dass 15% aller Zuschauer Alkohol bei sich haben, unter den RWK-Fans sind es sogar 20 % und unter den TuS-Fans nur 10%.

2.1 Die Polizei kontrolliert vor dem Stadion vier zufällig ausgewählte Personen aus einer Gruppe von RWK-Fans.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse.

A: Mindestens eine Person hat Alkohol dabei.

B: Genau zwei Personen haben Alkohol dabei.

C: Höchstens eine Person hat keinen Alkohol dabei. (6 VP)

2.2 Wie viel Prozent der neutralen Zuschauer haben Alkohol bei sich?

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von allen Personen, die Alkohol dabei haben, eine zufällig ausgewählte Person ein TuS-Fan ist? (5 VP)

2.3 Der Einsatzleiter möchte wissen, wie viele Personen mindestens in einer Gruppe von TuS-Fans kontrolliert werden müssen, um mit mehr als 60% Wahrscheinlichkeit mindestens zwei Personen mit Alkohol zu erwischen.

Der Sohn des Einsatzleiters meint, dass die kleinste natürliche Zahl n, die die Ungleichung

$$0{,}6 < 1 - \left(0{,}9^9 + 0{,}9^{n-1} \cdot 0{,}1\right)$$

erfüllt, die gesuchte Personenzahl ist.

Begründen Sie, warum dieser Ansatz falsch ist. (4 VP)

ABITUR 2015 - BW / Stochastik Aufgabe 1

Zwei Seiten eines idealen Würfels sind mit S, zwei Seiten sind mit A und zwei Seiten sind mit M beschriftet. Bei einem Schulfest der "Schule am Meer" (SAM) stehen drei derart beschriftete Würfel zur Verfügung. Bei einem Versuch werden diese Würfel gleichzeitig geworfen.

1.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:

E_1: Alle drei Würfel zeigen den gleichen Buchstaben.

E_2: Mindestens ein Würfel zeigt den Buchstaben S.

Zeigen Sie, dass mit der Wahrscheinlichkeit von $\frac{2}{9}$ mit den gewürfelten Buchstaben das Wort SAM gebildet werden kann.

(5 VP)

1.2 Formulieren Sie für den oben beschriebenen Versuch ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit $\frac{7}{27}$ ist.

(2 VP)

1.3 Wie viele Versuche braucht man mindestens, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 90% mindestens einmal das Wort SAM bilden zu können?

(3 VP)

1.4 Wer nach einem Versuch das Wort SAM bilden kann, erhält einen Preis.
Ein Spiel besteht aus drei Versuchen. Pro Spiel kann man also maximal drei Preise erhalten.
Wie viele Preise erhält man durchschnittlich pro Spiel?
Geben Sie eine begründete Empfehlung, wie viele Preise die Schule bereithalten sollte, wenn insgesamt maximal 300 Spiele auf dem Schulfest gemacht werden.

(5 VP)

ABITUR 2015 - BW / Stochastik Aufgabe 2

Der Verein "Schönheit der Mathematik e.V." bringt ein kostenloses Sammelalbum zu Ehren der 50 bedeutendsten Mathematikerinnen und Mathematiker der Geschichte heraus.
In dem 50-seitigen Album wird auf jeder Seite ein Mathematiker vorgestellt. Auf jeder Seite ist zudem Platz für ein Klebebild, auf dem der entsprechende Mathematiker abgebildet ist.
Die Klebebilder sind in Tütchen zu je drei Stück im Handel erhältlich.
Man kann vor dem Kauf eines Tütchens nicht erkennen, welche Mathematiker auf den Klebebildern abgebildet sind.
Die Auflage ist so hoch, dass in den folgenden Aufgaben dem Bild von jedem Mathematiker dieselbe Wahrscheinlichkeit zugeordnet ist.

2.1 Anna besitzt ein Sammelalbum und hat darin schon 15 verschiedene Bilder von Mathematikern eingeklebt. Sie kauft sich ein neues Tütchen.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:

A: In dem Tütchen sind drei Bilder des Mathematikers Pythagoras enthalten?

B: Anna kann alle drei Klebebilder in dem Tütchen für ihr Sammelalbum verwenden.

(4 VP)

2.2 Bruno hat bereits 49 der 50 Mathematikerbilder gesammelt.
Es fehlt ihm nur noch das Bild der Mathematikerin Noether.

2.2.1 Er kauft sich ein Tütchen.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sein Album nun voll wird?

(3 VP)

2.2.2 Wie viele Tütchen muss Bruno mindestens kaufen, damit er mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 80% das noch fehlende Klebebild erhält?

(3 VP)

2.3 Christoph hat bereits 40 von 50 Klebebildern gesammelt. Er kauft ein Tütchen.
Wie viele für ihn brauchbare Klebebilder kann er darin erwarten?
Zeichnen Sie hierzu ein Baumdiagramm.

(5 VP)

LÖSUNGEN

2010 ohne CAS - Lösung Aufgabe 1

Bei einer Abschlussprüfung sind erfahrungsgemäß 20% der angemeldeten Studierenden Wiederholer. Von diesen treten 12% von der Prüfung zurück. Insgesamt treten 83,2% der angemeldeten Studenten zur Prüfung an.

1.1 Einer der angemeldeten Studierenden wird zufällig ausgewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der Studierende ein Wiederholer und tritt von der Prüfung zurück?

1. Möglichkeit:

Man kann die Daten in einer **Vierfelder-Tafel** (Carnaugh-Diagramm) verwalten und auswerten:

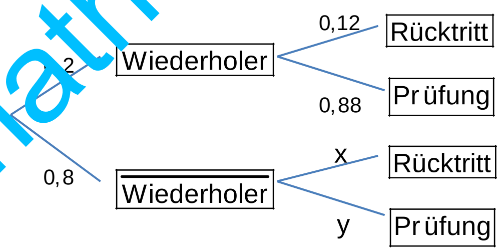
Ich verwende W = Wiederholer, $\overline{W}$ = Nicht-Wiederholer, Z = Zurückgetretener, Pr = Prüfling.

Vierfelder-Tafel mit den gegebenen Daten:

	Z	Pr	
W	$0{,}2\cdot 0{,}12 = 0{,}024$		0,2
$\overline{W}$			
		0,832	

777Gesucht ist $P(W\cap Z) = 0{,}024$

2. Möglichkeit: Erstellung eines Baumdiagramms:



Der oberste Pfad liefert die gesuchte Wahrscheinlichkeit:

$P(W\cap Z) = 0{,}2\cdot 0{,}12 = 0{,}024$

Der Studierende nimmt an der Prüfung teil. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist er ein Wiederholer?

Jetzt ist diese bedingte Wahrscheinlichkeit gesucht: $P_{Pr}(W) = ?$

Dabei geht es um die Schnittmenge $W\cap Pr$. Man kann sie auf zwei Arten darstellen:

$\xrightarrow{0{,}2}\boxed{W}\xrightarrow{0{,}88}\boxed{Pr}$ oder umgekehrt $\xrightarrow{0{,}832}\boxed{Pr}\xrightarrow{z}\boxed{W}$

Weil beide Pfade dieselbe Schnittmenge darstellen, haben sie dieselbe Wahrscheinlichkeit:

$$0{,}2\cdot 0{,}88 = 0{,}832\cdot z \quad\Leftrightarrow\quad z = \frac{0{,}2\cdot 0{,}88}{0{,}832} = 0{,}212$$

Hinweis: Dahinter steht der Satz von Bayes, der genau diese Methode in eine Formel fasst:

$$P_{Pr}(W) = \frac{P(W\cap Pr)}{P(Pr)} = \frac{0{,}2\cdot 0{,}88}{0{,}832} = 0{,}212$$

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der Studierende kein Wiederholer und nimmt an der Prüfung teil?

Gesucht ist jetzt keine bedingte Wahrscheinlichkeit, sondern die Wahrscheinlichkeit $P(\overline{W}\cap Pr)$

1. Lösung: Wer mit der **Vierfelder-Tafel** arbeitet muss sie ergänzen:

Man findet diese Schnittmenge im inneren Feld rechts unten mit $P(\overline{W}\cap Pr) = 0{,}656$.

	Z	Pr	
W	0,024	$0{,}2-0{,}024 = 0{,}176$	0,2
$\overline{W}$	$0{,}168-0{,}024 = 0{,}144$	$\boxed{0{,}8-0{,}144 = 0{,}656}$	0,8
	0,168	0,832	$\boxed{1}$

2. Lösung: Wer mit dem **Baumdiagramm** arbeitet, hat etwas mehr Mühe.

Die beiden Pfade: $\xrightarrow{0,8} \boxed{\overline{W}} \xrightarrow{y} \boxed{Pr}$, dessen Wahrscheinlichkeit gesucht ist,

und $\xrightarrow{0,2} \boxed{W} \xrightarrow{0,88} \boxed{Pr}$ mit $P(W \cap Pr) = 0{,}2 \cdot 0{,}88 = 0{,}176$.

liefern zusammen die totale Wahrscheinlichkeit für „Prüfling“ : $P(Pr) = 0{,}832$.

Also folgt: $P(\overline{W} \cap Pr) + P(W \cap Pr) = 0{,}832$

Daraus erhält man $P(\overline{W} \cap Pr) = 0{,}832 - P(W \cap Pr) = 0{,}832 - 0{,}176 = 0{,}656$

1.21 Bei der Anmeldung zur Prüfung werden die Studierenden gefragt, ob sie die Prüfung wiederholen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter 6 befragten Studierenden höchstens ein Wiederholer ist?

Der Umfang der Stichprobe ist n = 6. Es sei X die Zufallsvariable „Zahl der Wiederholer“

X ist binomial verteilt mit p = 0,2

Gesucht ist: $P(X \le 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0{,}8^6 + 6 \cdot 0{,}8^5 \cdot 0{,}2 \approx 0{,}6553$

Oder mit CAS (TI Nspire): binomCdf(6,0.2,0,1) 0.65536

Oder mit CASIO ClassPad: binomialCDf(0,1,6,0.2) 0.6554

Die unterschiedlichen Ergebnisse haben ihren Grund darin, dass die Voreinstellung für die Ausgabe der Zahlen hier verschieden ist, bei CASIO werden 4 feste Dezimalen ausgegeben, daher wird die 4. Stelle 3 wegen der nachfolgenden 6 zu 4 aufgerundet.

1.2.2 Wie viele Studierende müssen sich mindestens angemeldet haben, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 95% mindestens ein Wiederholer auf der Anmeldeliste steht?

Das ist die ***Dreimal-Mindestens-Grundaufgabe*** *(Siehe Text 31110):*

Gesucht ist der Umfang n der Stichprobe. X sei weiterhin die Anzahl der Wiederholer.

Die Bedingung der Aufgabe lautet: $P(X \ge 1) > 0{,}95$

Umstellung auf das Gegenereignis: $1 - P(X = 0) > 0{,}95$ d. h. $1 - 0{,}8^n > 0{,}95$

Daraus folgt: $0{,}8^n < 0{,}05$

Manuelle Lösung: $\ln(0{,}8^n) < \ln(0{,}05)$

$$n \cdot \ln(0{,}8) < \ln(0{,}05)$$

$$n > \frac{\ln(0{,}05)}{\ln(0{,}8)} \approx 13{,}43$$

CAS-Lösung: $\text{solve}\left(1-(0.8)^n > 0.95, n\right) \quad n > 13.4251$

Ergebnis: Es müssen sich mindestens 14 Studierende angemeldet haben, damit ….