GM3. ANALYTISCHE GEOMETRIE

BE

V.

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(-3|2|-1)$, $B(-1|-1|-3)$ und $S(3|7|-11)$ sowie die Geraden $g = AB$ und

$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}$, gegeben.

8 1. a) Zeigen Sie, dass die Geraden g und h echt parallel zueinander sind. Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene E, die die Geraden g und h enthält, in Normalenform.

[mögliches Ergebnis: E: $x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3 = 0$]

6 b) Bestimmen Sie die Koordinaten des Fußpunktes F des Lotes vom Punkt S auf die Ebene E sowie den Abstand d des Punktes S von der Ebene E.

[Ergebnis: $F = B$; $d = 12$]

5 c) Bestimmen Sie die Größe der Innenwinkel des Dreiecks ABS.

5 d) Berechnen Sie den Abstand $d(g,h)$ der Geraden g und h.

[Ergebnis: $d(g,h) = 3\sqrt{17}$]

2. Lässt man das Dreieck ABS um die Achse BS rotieren, so entsteht als Rotationskörper ein Kegel K_1.

4 a) Berechnen Sie das Volumen von K_1.

3 b) Untersuchen Sie, ob die Gerade h mit dem Kegel K_1 gemeinsame Punkte besitzt.

5 c) Eine Ebene E', die parallel zur Ebene E liegt, zerlegt den Kegel K_1 in einen Kegel K_2 und einen Kegelstumpf. Die Höhe des Kegelstumpfs beträgt ein Drittel der Höhe des Gesamtkegels K_1. Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Volumens des Kegelstumpfs am Volumen des Kegels K_1.

4 d) Gegeben ist ein Punkt P, dessen Abstand von der Ebene E kleiner als 12 ist. Es soll entschieden werden, ob der Punkt P auf der Mantelfläche des Kegels K_1 liegt. Beschreiben Sie hierfür ein mathematisches Vorgehen unter der Annahme, dass die Koordinaten von P bekannt sind.

40