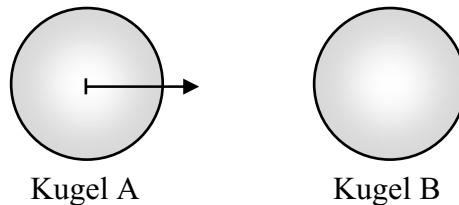


BE	II.
	Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto \frac{1-x}{1+x}$ mit dem Definitionsbereich $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Der Graph von f wird mit G_f bezeichnet.
5	1. a) Untersuchen Sie das Verhalten von f an den Rändern des Definitionsbereichs und geben Sie die Gleichungen der Asymptoten von G_f an.
4	b) Die Terme der gebrochen-rationalen Funktionen g und h haben den gleichen Zähler wie $f(x)$, aber jeweils einen anderen Nenner. Geben Sie je einen möglichen Funktionsterm für g und h an, so dass im jeweils maximalen Definitionsbereich gilt: <ul style="list-style-type: none"> - Der Graph von g hat keine senkrechte Asymptote. - Die Funktion h hat an der Stelle $x = -1$ eine Polstelle ohne Vorzeichenwechsel.
5	2. a) Geben Sie die Koordinaten der Achsenschnittpunkte von G_f an und untersuchen Sie das Monotonieverhalten von G_f .
4	b) Berechnen Sie $f(3)$, $f(-2)$ und $f(-5)$. Zeichnen Sie G_f sowie die Asymptoten unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse in ein Koordinatensystem ein.
4	3. Die Funktion f ist umkehrbar (Nachweis nicht erforderlich). Bestimmen Sie den Term der Umkehrfunktion von f . Was lässt sich aus dem Ergebnis hinsichtlich der Symmetrie von G_f folgern?
3	4. a) Bestätigen Sie, dass die Funktion $F : x \mapsto -x + 2 \ln(x + 1)$ für $x \in]-1; +\infty[$ eine Stammfunktion von f ist.
5	b) Weisen Sie durch Rechnung nach, dass G_f im I. Quadranten den Viertelkreis um den Koordinatenursprung mit Radius 1 in zwei etwa inhaltsgleiche Teilflächen zerlegt.

(Fortsetzung nächste Seite)

Die Ergebnisse der Aufgaben 1 bis 3 können im Folgenden verwendet werden.

5. Eine Kugel A der Masse 1 kg bewegt sich nach rechts und stößt mit der Geschwindigkeit $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ elastisch und zentral auf eine gleich große ruhende Kugel B.



Die Maßzahl der Geschwindigkeit der Kugel A in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ unmittelbar *nach* dem Zusammenstoß wird durch die Funktion $v : m \mapsto \frac{1-m}{1+m}$ mit $m \in \mathbb{R}^+$ beschrieben, wobei m für die Maßzahl der Masse der Kugel B in kg steht. Zu einer Bewegung nach rechts gehören positive Geschwindigkeiten, zu einer Bewegung nach links negative Geschwindigkeiten.

5

- a) Berechnen Sie, mit welcher Geschwindigkeit sich Kugel A unmittelbar nach dem Stoß bewegt, wenn die Masse der Kugel B 0,6 kg beträgt. Geben Sie die Grenzwerte der Funktion v für $m \rightarrow 0$ sowie $m \rightarrow +\infty$ an und machen Sie für diese beiden Grenzfälle jeweils den Bewegungsablauf der Kugel A im Sachzusammenhang plausibel.

5

- b) Ermitteln Sie, für welche Werte von m sich Kugel A unmittelbar nach dem Stoß nach rechts bewegt. Berechnen Sie, für welchen Wert von m sich die Kugel A unmittelbar nach dem Stoß mit $0,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ nach links bewegt.