Abitur Bayern 2011 G9 LK Analytische Geometrie V

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(1\,|-6\,|\,2)$ und $B(10\,|\,30\,|\,11)$ sowie die Gerade $g:\vec{x}=\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}+\lambda\cdot\begin{pmatrix}-1\\4\\-1\end{pmatrix}$, $\lambda\in\mathbb{R}$, gegeben.

Teilaufgabe 1a (3 BE)

Zeigen Sie, dass der Punkt A auf der Geraden g liegt, der Punkt B dagegen nicht.

Teilaufgabe 1b (5 BE)

Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E, die durch die Gerade g und den Punkt B festgelegt wird, in Normalenform. Geben Sie die besondere Lage von E im Koordinatensystem an.

[mögliches Teilergebnis: $E: x_1 - x_3 + 1 = 0$]

Teilaufgabe 1c (9 BE)

Der Punkt C auf der Geraden g bildet mit A und B ein gleichschenkliges Dreieck mit der Basis $[AC]$. Bestimmen Sie die Koordinaten von C und zeigen Sie, dass das Dreieck ABC den Flächeninhalt $504\sqrt{2}$ hat.

[Teilergebnis: $C(-13\,|\,50\,|-12)$]

Teilaufgabe 1d (5 BE)

Geben Sie an, wie man für ein beliebiges Dreieck mithilfe der Innenwinkel entscheiden kann, ob der Umkreismittelpunkt außerhalb des Dreiecks liegt oder nicht. Treffen Sie damit diese Entscheidung nachvollziehbar für das Dreieck ABC.

Teilaufgabe 1e (6 BE)

Die Punkte A, B und C sollen gemeinsam mit einem weiteren Punkt die Eckpunkte einer dreiseitigen Pyramide bilden, die das Volumen 1344 hat. Erläutern Sie, warum die dafür geeigneten Punkte zwei Ebenen bilden, und ermitteln Sie für diese beiden Ebenen jeweils eine Gleichung in Normalenform.

Gegeben ist nun zusatzlich die Ebenenschar $H_t: tx_1 + x_2 + tx_3 = 0$ mit $t\in\mathbb{R}$.

Teilaufgabe 2a (4 BE)

Alle Ebenen der Schar schneiden sich in einer Geraden. Ermitteln Sie eine Gleichung dieser Geraden.

Teilaufgabe 2b (5 BE)

Ermitteln Sie jeweils, ob es eine Ebene der Schar gibt, die

α) die Gerade g enthalt.

β) parallel zur Ebene E aus Teilaufgabe 1b ist.

Teilaufgabe 2c (3 BE)

Liegt jeder beliebige Punkt P auf einer der Scharebenen? Begründen Sie Ihre Antwort.