

## LM2. WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG/STATISTIK

BE

### III.

1. In einer Einbahnstraße mit drei zunächst leeren Fahrspuren schaltet die Ampel auf Rot. Bis zur nächsten Grünphase kommen nacheinander 13 Autos an dieser Ampel zum Stehen.
  - a) Auf wie viele verschiedene Möglichkeiten können sich die 13 nacheinander eintreffenden Autos auf die drei Fahrspuren aufteilen, wenn die Autos unterschieden werden?
  - b) Wie viele solche Aufteilungen gibt es, wenn jeder Fahrer eine Fahrspur ansteuert, an der möglichst wenige Autos stehen?
2. An einer Ampel stehen Autos hintereinander. Die Ampel schaltet auf Grün. In einem einfachen Modell geht man davon aus, dass ein Auto erst nach einer gewissen zeitlichen Verzögerung gegenüber dem Auto anfährt, das in der Schlange vor ihm steht. Für die möglichen zeitlichen Verzögerungen sind in diesem Modell vier verschiedene Werte vorgesehen. Die folgende Tabelle gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit sie jeweils eintreten.

|                         |     |     |     |     |
|-------------------------|-----|-----|-----|-----|
| Verzögerung in Sekunden | 0,5 | 1,0 | 1,5 | 2,0 |
| Wahrscheinlichkeit      | 0,2 | 0,5 | 0,2 | 0,1 |

Diese Tabelle gibt auch die im Modell möglichen zeitlichen Verzögerungen zwischen dem Umschalten der Ampel auf Grün und dem Anfahren des ersten Autos sowie deren Wahrscheinlichkeiten an.

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das vierte Auto in der Schlange 7,0 s nach Beginn der Grünphase anfährt.
- b) Fassen Sie die Verzögerungen in Sekunden als Werte einer Zufallsgröße  $V$  auf. Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von  $V$ .
- c) Die Zufallsgröße  $Z$  beschreibt die Zeit in Sekunden, die vom Umschalten der Ampel auf Grün bis zum Anfahren des fünften Autos in der Schlange vergeht. Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung von  $Z$ . Hierbei sollen die beim Anfahren der fünf Autos auftretenden zeitlichen Verzögerungen als unabhängig voneinander angenommen werden.

(Fortsetzung nächste Seite)

3. Durch eine Befragung soll der Anteil  $p$  der Pkw-Halter abgeschätzt werden, die bereit wären, ein Elektroauto zu kaufen, wenn dies vom Staat mit 2500 € bezuschusst wird. Dazu werden 1000 zufällig ausgewählte Pkw-Halter befragt. Wer mit „Ja“ antwortet, wird als Elektroautokäufer (kurz: EAK) bezeichnet.

- 4 a) Schätzen Sie mit der Ungleichung von Tschebyschow die Wahrscheinlichkeit dafür ab, dass die relative Häufigkeit der EAK unter den 1000 Befragten um weniger als 5 Prozentpunkte von  $p$  abweicht.
- 2 b) Die Umfrage liefert 220 EAK. Welche Aussage über  $p$  kann auf Grund der Abschätzung aus Teilaufgabe 3a gemacht werden?
- 6 c) Der Finanzminister vertritt die Hypothese, dass der Anteil  $p$  höchstens 20 % beträgt. Kann seine Hypothese bei einem Umfrageergebnis von 220 EAK auf einem Signifikanzniveau von 5 % abgelehnt werden? Verwenden Sie die Normalverteilung als Näherung.

4. An zwei verschiedenen Stellen A und B in einer Stadt wurden Geschwindigkeitskontrollen durchgeführt. Dabei wurden an der Stelle A dreimal so viele Autos kontrolliert wie an der Stelle B. Die folgenden Tabellen geben Auskunft über die dabei gemachten Beobachtungen (GÜ steht für Geschwindigkeitsübertretung, männlich bzw. weiblich für das Geschlecht des jeweiligen Fahrzeuglenkers):

| Stelle A | GÜ   | keine GÜ | Stelle B | GÜ   | keine GÜ |
|----------|------|----------|----------|------|----------|
| männlich | 4 %  | 16 %     | männlich | 40 % | 20 %     |
| weiblich | 20 % | 60 %     | weiblich | 32 % | 8 %      |

- 4 a) Zeigen Sie, dass sowohl an der Stelle A als auch an der Stelle B der Anteil derjenigen, die die Geschwindigkeit übertreten haben, unter den Frauen größer ist als unter den Männern.
- 5 b) Die örtliche Tageszeitung berichtet: „Die Ergebnisse der beiden Geschwindigkeitskontrollen belegen, dass Frauen häufiger zu schnell fahren als Männer.“ Untersuchen Sie, ob der Anteil derjenigen, die die Geschwindigkeit übertreten haben, unter allen kontrollierten Frauen tatsächlich größer ist als unter allen kontrollierten Männern.