

## Abitur Bayern 2011 G8 Analytische Geometrie V

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte  $A(0 \mid 60 \mid 0)$ ,  $B(-80 \mid 60 \mid 60)$  und  $C(-80 \mid 0 \mid 60)$  gegeben.

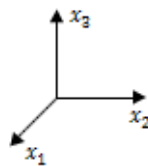
### Teilaufgabe 1a (8 BE)

Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene  $E$ , die durch die Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  bestimmt wird, in Normalenform. Welche besondere Lage im Koordinatensystem hat  $E$ ? Berechnen Sie die Größe des Winkels  $\varphi$ , unter dem  $E$  die  $x_1x_2$ -Ebene schneidet.

(mögliche Teilergebnisse:  $E : 3x_1 + 4x_3 = 0$  ;  $\varphi \approx 36,9^\circ$ )

### Teilaufgabe 1b (6 BE)

Weisen Sie nach, dass der Koordinatenursprung  $O$  mit den Punkten  $A$ ,  $B$  und  $C$  ein Rechteck  $OABC$  festlegt. Bestätigen Sie, dass dieses Rechteck den Flächeninhalt 6000 besitzt, und zeichnen Sie es in ein Koordinatensystem (vgl. Abbildung) ein.



Das Rechteck  $OABC$  ist das Modell eines steilen Hanggrundstücks; die positive  $x_1$ -Achse beschreibt die südliche, die positive  $x_2$ -Achse die östliche Himmelsrichtung (im Koordinatensystem: 1 LE entspricht 1 m, d. h. die Länge des Grundstücks in West-Ost-Richtung beträgt 60 m.).

### Teilaufgabe 1c (3 BE)

Obwohl das Rechteck  $OABC$  den Flächeninhalt 6000 besitzt, ist das Hanggrundstück auf einer Landkarte des Grundbuchamts mit einer Größe von 4800 m<sup>2</sup> verzeichnet. Stellen Sie ausgehend von der Zeichnung aus Aufgabe 1b eine Vermutung an, welche sinnvolle Regelung das Grundbuchamt damit bei der Festlegung der Grundstücksgröße umsetzt. Bestätigen Sie Ihre Vermutung durch Rechnung.

Ein Hubschrauber überfliegt das Grundstück entlang einer Linie, die im Modell durch die Gerade  $g : \vec{X} = \begin{pmatrix} -20 \\ 40 \\ 40 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ , beschrieben wird.

**Teilaufgabe 1d** (3 BE)

Weisen Sie nach, dass der Hubschrauber mit einem konstanten Abstand von 20 m zum Hang fliegt.

**Teilaufgabe 1e** (5 BE)

Zeigen Sie, dass dieser Abstand mit der minimalen Entfernung des Hubschraubers vom Mittelpunkt des Grundstücks übereinstimmt, der im Modell durch den Punkt  $M(-40 \mid 30 \mid 30)$  dargestellt wird.

Im Mittelpunkt des Grundstücks wird ein Mast errichtet, der durch vier an seiner Spitze befestigte Seile gehalten wird. Die Verankerungspunkte der Seile im Grundstücksboden sind jeweils 15 m vom Mastfußpunkt entfernt und liegen von diesem aus genau in östlicher, nördlicher, westlicher und südlicher Richtung.

**Teilaufgabe 1f** (5 BE)

Bestimmen Sie im Modell die Koordinaten des östlichen und nördlichen Verankerungspunkts  $V_O$  bzw.  $V_N$ .