

BE	VI.
	<p>In einem kartesischen Koordinatensystem des \mathbb{R}^3 sind die Punkte $A(0 0 2)$, $C(1 4 1)$, $D(-1 2 0)$ und die Gerade</p> $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}, \text{ gegeben.}$
4	<p>1. a) Zeigen Sie, dass die drei Punkte A, C und D eine Ebene E festlegen, und bestimmen Sie eine Gleichung von E in Normalenform.</p> <p style="text-align: right;">[mögliches Ergebnis: $E: 2x_1 - x_2 - 2x_3 + 4 = 0$]</p>
6	<p>b) Die Gerade g schneidet die Ebene E in einem Punkt B. Berechnen Sie die Koordinaten von B und zeigen Sie, dass der Punkt B das Dreieck ACD zu einem Quadrat ABCD ergänzt.</p> <p style="text-align: right;">[Teilergebnis: $B(2 2 3)$]</p>
	<p>2. Zusätzlich ist die Geradenschar $h_t: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2t \\ t \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} t-1 \\ t+1 \\ 2t \end{pmatrix}$ mit $\mu, t \in \mathbb{R}$ gegeben.</p>
3	<p>a) Zeigen Sie, dass die Gerade g in der Schar der Geraden h_t enthalten ist.</p>
5	<p>b) Eine der Schargeraden h_t ist parallel zur Ebene E. Bestimmen Sie den zugehörigen Scharparameter t und den Abstand dieser Geraden von E.</p>
6	<p>3. a) Bestimmen Sie die Koordinaten des von B verschiedenen Punktes $P \in g$ so, dass die Geraden PA und PC senkrecht zueinander stehen.</p>
6	<p>b) Begründen Sie, dass es eine Kugel K mit Mittelpunkt $M \in E$ gibt, auf der die Punkte A, B, C, D und P liegen. Ermitteln Sie die Koordinaten von M und den Radius r von K.</p> <p style="text-align: right;">[zur Kontrolle: $M(0,5 2 1,5)$; $r = \frac{3}{2}\sqrt{2}$]</p>
4	<p>c) Prüfen Sie, ob der Ursprung O des Koordinatensystems innerhalb oder außerhalb der Kugel K liegt, und geben Sie die Radien der Kugeln um den Ursprung an, die die Kugel K berühren.</p>
6	<p>4. Für einen Punkt $Q \in g$ wird der Flächeninhalt des Dreiecks AQC minimal. Bestimmen Sie diesen minimalen Flächeninhalt.</p>
40	