M3. GEOMETRIE

GI.

BE

1. In einem kartesischen Koordinatensystem beschreibt die x_1x_2-Ebene eine flache Landschaft, in der sich ein Flughafen befindet. Die x_1-Achse zeigt in Richtung Osten, die x_2-Achse in Richtung Norden, die Längeneinheit ist 1 km.

   Ein Flugzeug F_1 steigt unmittelbar nach dem Abheben von der Startbahn im Punkt $P(-10|0|0)$ längs der Geraden $g_1\colon\ \vec{X} = \vec{P} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix},\ \lambda \in \mathbb{R}$, auf.

   Flugzeug F_2 fliegt entlang der Geraden $g_2\colon\ \vec{X} = \begin{pmatrix} 40 \\ 50 \\ 10 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ -10 \\ 0 \end{pmatrix},\ \mu \in \mathbb{R}$.

3 a) Geben Sie die Himmelsrichtung an, in der F_1 fliegt und begründen Sie, dass F_2 eine konstante Flughöhe hält.

4 b) Berechnen Sie den Steigungswinkel der Flugbahn von F_1 gegen die Horizontale.

3 c) F_1 überfliegt in einer Höhe von 6 km eine Radarstation im Punkt Z der x_1x_2-Ebene. Bestimmen Sie die Koordinaten von Z.

[Ergebnis: $Z(20|30|0)$]

5 d) Bestätigen Sie durch Rechnung, dass sich die Flugbahnen der beiden Flugzeuge senkrecht schneiden.
Legen Sie dar, dass daraus auch bei unveränderten Flugbahnen nicht zwingend eine Kollision der beiden Flugzeuge folgt.

2 e) Der Richtungsvektor von g_2 beschreibt die konstante Geschwindigkeit des Flugzeugs F_2 in der Einheit $\frac{\text{km}}{\text{min}}$. Geben Sie die physikalische Bedeutung des Parameters μ an.

6 f) Das Radar in Z erfasst alle Objekte im Luftraum bis zu einer Entfernung von 50 km. Berechnen Sie die Länge der Flugstrecke von F_2 im Überwachungsbereich des Radars.

3 2. Berechnen Sie den Abstand des Punktes $Q(2|3|-1)$ von der Ebene $E\colon\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 4$.

4 3. Gegeben sind die Eckpunkte eines Dreiecks ABC, das sich durch einen Punkt D zu einem Drachenviereck ABCD ergänzen lässt.
Beschreiben Sie eine Abfolge von Schritten zur rechnerischen Ermittlung der Koordinaten von D.

30