Abitur Bayern 2011 G9 LK Analytische Geometrie VI

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(-1\,|\,-2\,|\,-3)$, $B(3\,|\,-1\,|\,-2)$ und $C(1\,|\,-3\,|\,-1)$ sowie die Ebenenschar $E_k:\ (2+4k)\cdot x_1+(2+k)\cdot x_2+(k-1)\cdot x_3+3=0$ mit $k\in\mathbb{R}$ gegeben.

Teilaufgabe 1a (7 BE)

Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC gleichschenklig und rechtwinklig ist. Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene F, die das Dreieck enthält, in Normalenform.

[mögliches Ergebnis: $F:\ x_1-2x_2-2x_3-9=0$]

Teilaufgabe 1b (4 BE)

Weisen Sie nach, dass jede Ebene der Schar E_k senkrecht zu F steht und den Punkt C enthält.

Teilaufgabe 1c (3 BE)

Begründen Sie, dass die Gerade $s:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}1\\-3\\-1\end{pmatrix}+\lambda\cdot\begin{pmatrix}1\\-2\\-2\end{pmatrix}$, $\lambda\in\mathbb{R}$, die Schnittgerade aller Ebenen der Schar ist.

Teilaufgabe 1d (6 BE)

Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene W, bezüglich der die Punkte A und B symmetrisch liegen, in Normalenform. Zeigen Sie, dass W die Gerade s enthält, aber nicht zur Ebenenschar E_k gehört.

Teilaufgabe 1e (4 BE)

Berechnen Sie den Abstand der Geraden AB und s.

Teilaufgabe 2a (6 BE)

Zeigen Sie, dass der Punkt A in der Scharebene E_0 und der Punkt B in der Scharebene E_{-1} liegt.
Das Lot auf E_0 in A und das Lot auf E_{-1} in B schneiden sich im Punkt P. Ermitteln Sie die Koordinaten von P.

[Teilergebnis: $P(1\,|\,0\,|\,-4)$]

Teilaufgabe 2b (4 BE)

Es gibt zwei Punkte auf der Geraden CP, die von P den Abstand $\sqrt{2}$ haben; Q sei derjenige von beiden, der nicht auf der Strecke $[CP]$ liegt. Bestimmen Sie die Koordinaten von Q.

[Ergebnis: $Q(1\,|\,1\,|\,-5)$]

Teilaufgabe 2c (6 BE)

Rotiert das Dreieck AQC um die Seite $[CQ]$, so entsteht ein Doppelkegel. Berechnen Sie dessen Volumen.