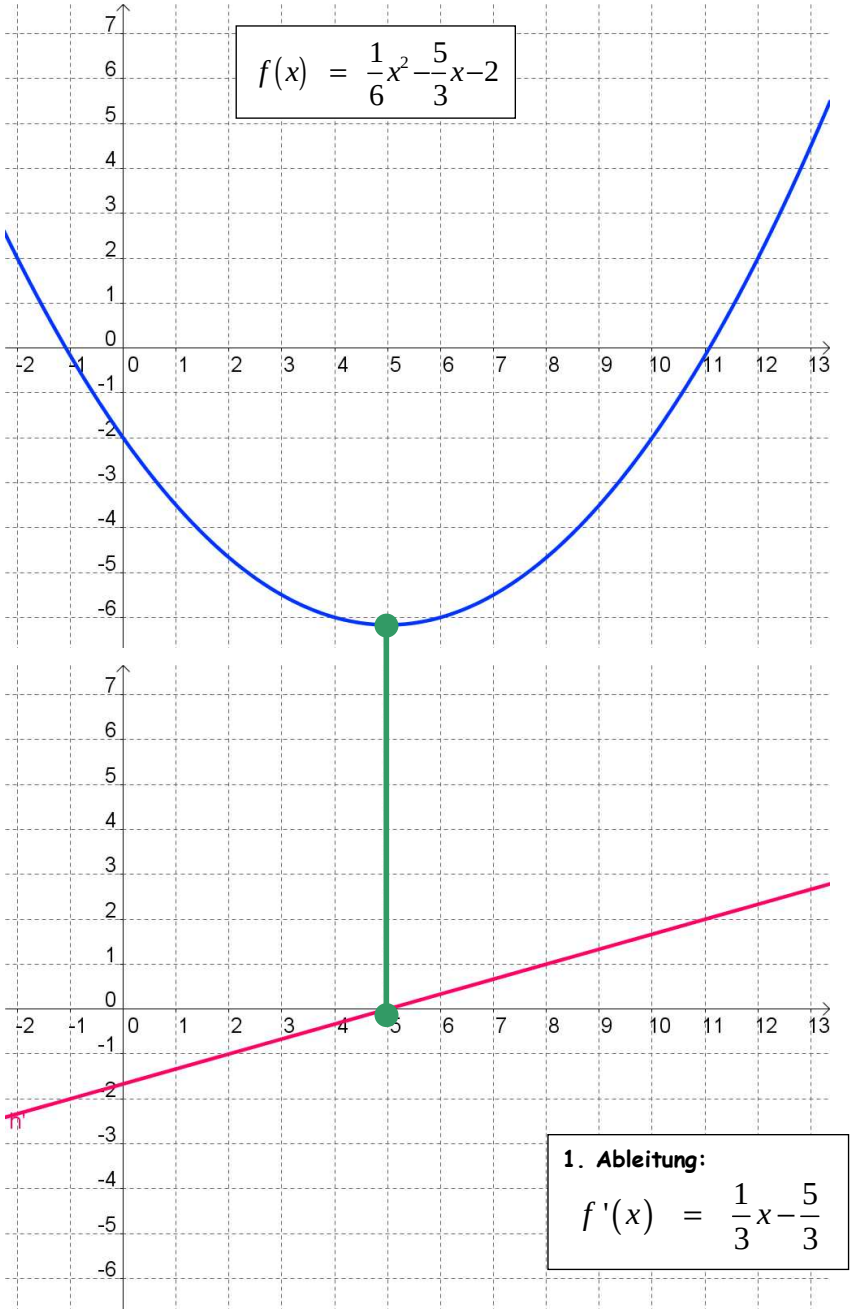
Der Zusammenhang zwischen der Funktion und ihrer ersten Ableitung



Beantworten Sie nun folgende Fragestellungen:

1.) In welchem Intervall ist die Steigung negativ – d.h. **m < 0**?

Lösung: $I_1 =]-\infty;5[$

2.) In welchem Intervall ist die Steigung positiv – d.h. **m > 0**?

Lösung: $I_2 =]5;\infty[$

3.) An welcher Stelle besitzt die Funktion eine Steigung von **m = 0**?

Lösung: $f'(x) = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3} = 0 \Rightarrow x = 5$

4.) Welcher Zusammenhang kann daraus zwischen der Funktion und der ersten Ableitung gefolgert werden?

Steigung	Funktion f(x)	1. Ableitung f'(x)
negativ ⇨ **m < 0**	f(x) ist streng monoton fallend	$f'(x) < 0$
positiv ⇨ **m > 0**	f(x) ist streng monoton steigend	$f'(x) > 0$
gleich Null ⇨ **m = 0**	f(x) hat die Steigung „0“	$f'(x) = 0$

5.) Nennen Sie nun die notwendige Bedingung für einen Tiefpunkt.

1. Bedingung: $f'(x_0) = 0$

6.) Warum könnte diese Bedingung zur Bestimmung des Tiefpunktes nicht genügen?

- Anhand dieser Bedingung kann man nicht mit Sicherheit sagen, ob nun ein Hoch- oder Tiefpunkt vorliegt;
- Es könnte auch kein Extremum sein, sondern eine Stelle, bei der das Steigungsverhalten der Funktion keinen Vorzeichenwechsel besitzt

7.) Welche weitere Bedingung muss noch hinzugefügt werden?

2. Bedingung: ***Vorzeichenwechsel von f'(x) in Umgebung von x_0***
d.h. ein Wechsel von (streng) monoton fallend zu (streng) monoton steigend

$$f'(x_0 - h) < 0 \quad \textit{und} \quad f'(x_0 + h) > 0$$