Arbeitsblatt: LGS & Determinanten

Mathematik
Jürgen Meisel

1.) Berechnen Sie aus den gegebenen Matrizen A, B und C die Determinante:

$$A_{(2,2)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & a \end{pmatrix} \qquad B_{(3,3)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \\ 2 & 0 & -4 \end{pmatrix} \qquad C_{(3,3)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

2.) Gegeben ist die Matrix $A_{(2,2)} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

Berechnen Sie: $x = [\det(A) - \det(A^T - A^{-1})] * \det[A^T * (A^{-1})^T]$

3.) Lösen Sie mit dem Gauß-Algorithmus die folgenden linearen Gleichungssysteme:

a)
$$\begin{aligned} x - y + 2z &= 100 \\ x + y - 3z &= 75 \\ 2x - y - 4z &= 50 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 2x + y + 2z &= 1 \\ 4x + 3y + 7z &= -1 \\ -8x + 6y - 9z &= 8 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} 6a - 7b \phantom{{}- c} - d &= 1 \\ 2a - 3b - c + 4d &= -2 \\ 2a + b + 2c - 22d &= 12 \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} 2x \phantom{{}+ 3y} + 2z &= 1 \\ x + 3y - 5z &= 4 \end{aligned}$$

4.) Ein Betrieb fertigt vier verschiedene Erzeugnisse auf vier Maschinengruppen.
Die Tabelle gibt den Zeitaufwand in Minuten je Mengeneinheit des Erzeugnisses und den verfügbaren Maschinenzeitfonds (MZF) an:

Maschinengruppe	Zeit in $^{min}/_{Stück}$ für das Erzeugnis				verfügbarer MZF in min.
	E_1	E_2	E_3	E_4	
Maschine 1	1	6	2	2	1.000
Maschine 2	4	6	2	2	1.300
Maschine 3	1	9	3	6	2.200
Maschine 4	5	3	1	1	950

Geben Sie eine allgemeine und eine spezielle Lösung für die Stückzahlen an, die den MZF voll ausnutzt.

5.) Ein Betrieb fertigt aus vier Rohstoffen zwei Zwischenprodukte, aus diesen wiederum drei Endprodukte . Die Zusammenhänge werden durch folgende Matrizen dargestellt:

$$ZR = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \qquad ZE = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Wieviel Rohstoffe werden zur Herstellung von jeweils einem Endprodukt benötigt?

b) Wieviel Rohstoffe werden zur Herstellung der Endproduktmenge (100, 25, 40) benötigt?