Übungsaufgaben zur Klausur Statistik

1.) Das beschäftigte Pflegepersonal in den Krankenhäusern eines Landkreises in den letzten 8 Jahren ist in der folgenden Tabelle aufgelistet:

Jahr	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Personal	2417	2429	2357	2370	2337	2402	2345	2373

a) Ermitteln Sie das arithmetische Mittel und die Standardabweichung.

b) Berechnen Sie nun den Median, die beiden Quartile und skizzieren Sie den zugehörigen Boxplot.

Lösung:

a) $\bar{x} = 2.378,75 \qquad s^2 = 999,19 \qquad s = 31,61$

b) Median: 2.371,5 1. Quartile: 2.351 3. Quartile: 2.409,5

2.) In einer Firma werden Schrauben gefertigt, sie sollen 80 mm lang sein.
Bei einer Qualitätskontrolle werden aus der Produktion 90 Schrauben entnommen und deren Länge gemessen.

Das Ergebnis ist in einer Häufigkeitstabelle dargestellt.

Länge (in mm)	79,3	79,4	79,5	79,6	79,7	79,8	79,9	80,0	80,1	80,2	80,3	80,4	80,5	80,6	80,7
Abs. Häufigkeit	1	2	3	5	3	8	8	14	11	11	9	4	5	5	1

a) Ermitteln Sie das arithmetische Mittel und die Standardabweichung.

b) Berechnen Sie nun den Median, die beiden Quartile und skizzieren Sie den zugehörigen Boxplot.

c) Wie hoch ist der Prozentsatz des Ausschusses, wenn gilt:
Eine Schraube ist Ausschuss, wenn ihre Länge um mehr als 0,5 mm von der Normlänge 8 cm abweicht.

Lösung:

a) $\bar{x} = 80,057 \qquad s^2 = 0,096 \qquad s = 0,31$

b) Median: 80,1 1. Quartile: 79,9 3. Quartile: 80,3

c) 9 von 90 Schrauben weisen diese Abweichung auf: p = 0,10

3.) Von einer linearen Regressionsfunktion $y \;=\; a+bx$ kennt man folgende Größen und Zusammenhänge: $\mu_x = 6 \;\; und \;\; \mu_y = 3$; erhöht sich x um 10 Einheiten, dann erhöht sich y um durchschnittlich 5 Einheiten.

Wie lautet die lineare Regressionsfunktion?

Lösung:

$$\left.\begin{array}{lll} b & = & 0{,}5 \\ a & = & \mu_y - b\mu_x \qquad a \;=\; 0 \end{array}\right\} \; y \;=\; 0{,}5x$$

4.) Für den Zusammenhang zwischen zwei Merkmalen X und Y ist folgende lineare Regressionsfunktion berechnet worden: $y \;=\; 5+1{,}95x$

Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

a) Es besteht ein stark ausgeprägter Zusammenhang zwischen den Merkmalen.

b) Es liegt ein Rechenfehler vor, denn für die lineare Regressionsfunktion der Form $y \;=\; a+bx$ gilt allgemein: $|\,b\,| \;\leq\; 1$.

c) Die Regressionsfunktion sagt nichts darüber aus, wie ausgeprägt der Zusammenhang zwischen den Merkmalen ist.

d) Da a = 5 gilt, ist der Zusammenhang sehr schwach.

e) Wenn man x um einen bestimmten Betrag ändert, dann ändert sich y im Durchschnitt annähernd um das Doppelte dieses Betrages.

Lösung: Aussage c

5.) In einem bestimmten Bereich hängt der Ernteertrag eines landwirtschaftlichen Gutes von der Menge eines eingesetzten Düngemittels je Hektar ab.
Auf 6 Versuchsfeldern wird der Düngemitteleinsatz getestet.

Dabei wurden die folgenden Erträge je Hektar erzielt:

Versuchsfeld	1	2	3	4	5	6
Düngemittel-einsatz [100 kg]	6	3	8	2	7	2
Ernteertrag [t]	30	10	22	14	36	24

a) Stellen Sie den Ernteertrag in Abhängigkeit von dem Düngemitteleinsatz durch eine Funktion $y = b_0 + b_1 x$ dar.

b) Wie hoch wäre demnach der Ernteertrag bei 1 Tonne Düngemittel?

Lösung:

Versuchsfeld	1	2	3	4	5	6	$\sum$
Düngemittel [100 kg]	6	3	8	2	7	2	28
Ernteertrag [t]	30	10	22	14	36	24	136
$x_i \cdot y_i$	180	30	176	28	252	48	714
$(x_i)^2$	36	9	64	4	49	4	166
$(y_i)^2$	900	100	484	196	1.296	576	3.552

$$\mu_x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{28}{6} = 4,67 \qquad \mu_y = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i = \frac{136}{6} = 22,67$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i y_i) - n\cdot\mu_x\cdot\mu_y}{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i^2\right) - n\cdot\mu_x^2} = \frac{714 - 6\cdot\frac{14}{3}\cdot\frac{68}{3}}{166 - 6\cdot\left(\frac{28}{6}\right)^2} = \frac{238\cdot 3}{3\cdot 106} = 2,245$$

$$b_0 = \mu_y - b_1\cdot\mu_x = \frac{136}{6} - 2,245\cdot\frac{28}{6} = 12,19$$

Lineare Regression: $y = 2,245x + 12,19$

Ernteertrag bei 1 Tonne Düngemitteleinsatz:
Lineare Regression: $y = 2,245\cdot 10 + 12,19 = 34,64$

6.) Bei einem Turnwettkampf haben 6 Turner die folgenden Bewertungen an zwei Geräten erhalten:

Turner Nr.	1	2	3	4	5	6
Reck	9,3	8,6	9,1	9,1	9,0	9,5
Barren	9,1	8,8	9,0	8,9	8,7	9,4

Berechnen Sie den Spearmanschen Rangkorrelationskoeffizienten.

Lösung:

$$r_S = 1-\frac{6\sum_{i=1}^{n}(d_i)^2}{n(n^2-1)} \rightarrow r_S = 1-\frac{6\sum_{i=1}^{n}(d_i)^2}{n(n^2-1)} = 1-\frac{15}{210} = \frac{13}{14} = 0{,}9286$$

7.) Student Willy Winzig leistet sich keinen Kleinwagen, sondern benutzt Bahn und Straßenbahn für die täglichen Fahrten zur Hochschule. Für die einzelnen Jahre hat er die Anzahl und die Fahrpreise zusammengestellt:

	2002		2005		2007	
	Bahn	Straßenbahn	Bahn	Straßenbahn	Bahn	Straßenbahn
Fahrtenanzahl	300	200	200	200	100	200
Fahrpreis	1,00	0,50	1,50	0,80	2,40	1,00

a) Berechnen Sie den Preisindex nach Laspeyres für 2007 zur Basis 2002.

b) Wie groß ist der durchschnittliche jährliche Preisanstieg in %?

c) Berechnen Sie den Preisindex nach Paasche für 2007 zur Basis 2002.

Lösung:

a) $$L_P = \frac{300\cdot 2{,}4+200\cdot 1}{300\cdot 1+200\cdot 0{,}5} = 2{,}3$$

b) geometrische Mittel: $\sqrt[5]{2{,}3} = 1{,}1813 \rightarrow 18{,}13\,[\%\ pro\ Jahr]$

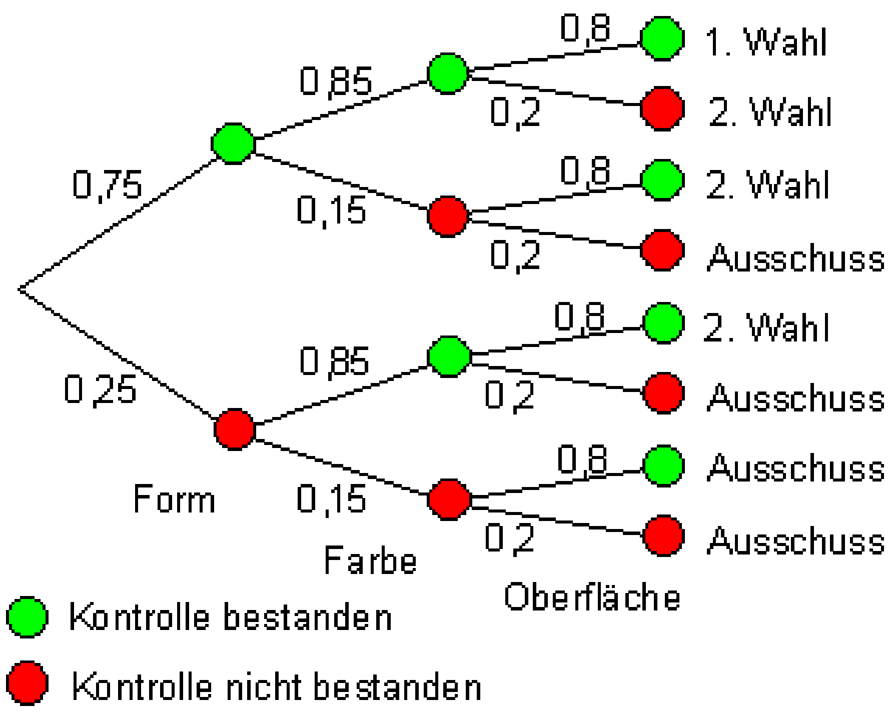
c) $$P_P = \frac{100\cdot 2{,}4+200\cdot 1}{100\cdot 1+200\cdot 0{,}5} = 2{,}2$$

8.) In einer Fabrik wird Porzellangeschirr hergestellt. Jedes Teil wird nacheinander in verschiedenen Kontrollgängen auf Form, Farbe und Oberflächenbeschaffenheit geprüft. Erfahrungsgemäß muss bei 25% die Form beanstandet werden.
Die Farbkontrolle passieren 85% der Teile ohne Beanstandung.

In 20% aller Fälle genügt die Oberfläche nicht den Ansprüchen der 1. Wahl. Nur wenn alle drei Kontrollen ohne Beanstandung durchlaufen sind, kann ein Teil als 1. Wahl verkauft werden.
Ein Teil ist 2. Wahl, wenn die Qualität an nur einer Kontrollstelle nicht ausreicht. Alle übrigen Porzellanteile gelten als Ausschussware.

a) Stellen Sie die Kontrollen als dreistufiges Baumdiagramm dar.
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Teil 1. Wahl ist?
c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Teil 2. Wahl ist?
d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Teil Ausschuss ist?

Lösung:



a)

b) P(1. Wahl) = 0,51

c) P(2. Wahl) = 0,3875

d) P(Ausschuss) = 0,1025

9.) Im Lager einer Töpferei befinden sich 100 frisch gefertigte Tontöpfe. Man weiß, das 20% davon fehlerhaft sind. Vier Tontöpfe werden zufällig entnommen.

a) Wie groß ist die Wahr'keit, dass die vier entnommenen Töpfe fehlerfrei sind?
b) Wie groß ist die Wahr'keit, dass von den vier entnommenen Töpfen genau drei fehlerfrei sind?
c) Wie groß ist die Wahr'keit das von den vier entnommenen Töpfen mindestens drei fehlerfrei sind?

Lösung: Modell ohne Zurücklegen!

a) $$P(A) = \frac{80}{100}\cdot\frac{79}{99}\cdot\frac{78}{98}\cdot\frac{77}{97} = 0,4033$$

$$P(B) = \binom{4}{3}\cdot\frac{80}{100}\cdot\frac{79}{99}\cdot\frac{78}{98}\cdot\frac{20}{97} = 0,4191$$

b) $$oder: \quad P(B) = \frac{\binom{20}{1}\cdot\binom{80}{3}}{\binom{100}{4}} = 0,4191$$

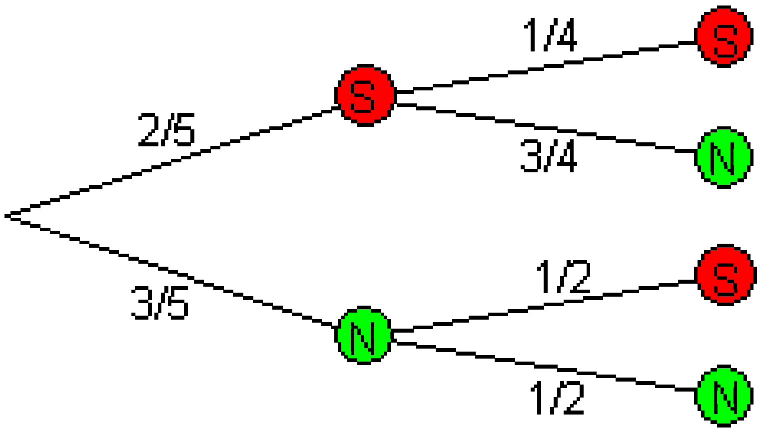
c) $$P(C) = P(A)+P(B) = 0,8224$$

10.) Fünf Freunde unternehmen eine Kaffeefahrt nach Helgoland und müssen nach der Rückfahrt durch die Zollkontrolle. Obwohl alle angeben, nur die erlaubte Menge Zigaretten und Alkohol eingekauft zu haben, haben Sven und Tim zu viel Zigaretten mitgenommen. Der Zollbeamte wählt zwei von den fünfen aus, um sie zu durchsuchen.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erwischt der Zollbeamte keinen Schmuggler?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erwischt der Zollbeamte mindestens einen der beiden Schmuggler?

Lösung: Baumdigramm



a) $$P(X=0) = \frac{\binom{2}{0}\cdot\binom{3}{2}}{\binom{5}{2}} = 0,3$$

b) $$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 0,7$$

11.) Satz von Bayes und bedingte Wahrscheinlichkeit

In einem oberbayerischen Touristenort befinden sich zur Hochsaison viermal so viele Touristen wie Einheimische.
Touristen tragen zu 60 % einen Tirolerhut, Einheimische nur zu 20 %.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine beliebige Person in dem Touristenort **keinen** Tirolerhut trägt?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, wenn man jemanden mit Tirolerhut nach dem Weg fragt, dass derjenige ein Einheimischer ist?

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, wenn man jemanden **ohne** Tirolerhut nach dem Weg fragt, dass derjenige ein Einheimischer ist?

Lösung:

a) $$P(\text{"}ohne\ Hut\text{"}) = 0{,}8 \cdot 0{,}4 + 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}48$$

b) Satz von Bayes:

$$\frac{P(\text{"}Einheimisch\ mit\ Hut\text{"})}{P(\text{"}mit\ Hut\text{"})} = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}2}{0{,}8 \cdot 0{,}6 + 0{,}2 \cdot 0{,}2} = \frac{0{,}04}{0{,}52} = 0{,}07692$$

c) Satz von Bayes:

$$\frac{P(\text{"}Einheimisch\ ohne\ Hut\text{"})}{P(\text{"}ohne\ Hut\text{"})} = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}8}{0{,}8 \cdot 0{,}4 + 0{,}2 \cdot 0{,}8} = \frac{0{,}16}{0{,}48} = \frac{1}{3}$$

12.) Erwartungswert

a) Ein Eisverkäufer erzielt bei schönem Wetter einen Tagesgewinn von 100,00 € und bei Regen von 50,00 €.
Bei Schneefall macht er 70,00 € Verlust.
Die Wahrscheinlichkeit für schönes Wetter sei P(S) = 0,5 und für Regen P(R) = 0,3.
Wie hoch ist der Erwartungswert des täglichen Gewinns für den Eisverkäufer?

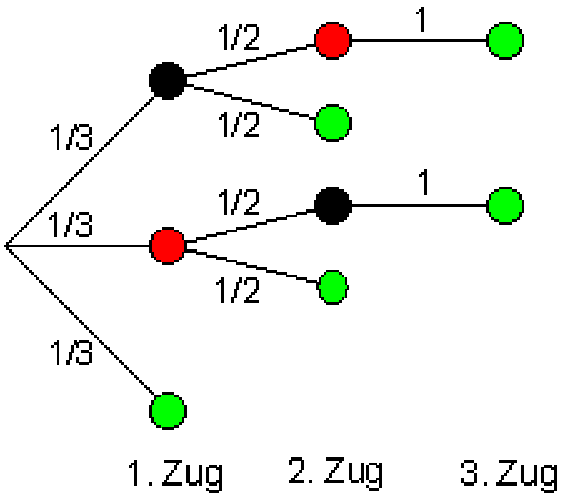
Lösung: $$E(X) = 100 \cdot 0{,}5 + 50 \cdot 0{,}3 - 70 \cdot 0{,}2 = 51$$

b) Eine Urne enthält eine rote, eine schwarze und eine grüne Kugel.
Es wird solange **<u>ohne Zurücklegen</u>** eine Kugel gezogen, bis eine grüne Kugel erscheint.
Wird die grüne Kugel im 1. Zug gezogen, so ist die Ausspielung 2,00 €.
Wird die grüne Kugel im 2. Zug gezogen, so ist die Ausspielung 1,00 €.
Wird die grüne Kugel im 3. Zug gezogen, so ist die Ausspielung 0,00 €.

Wie hoch muss der Einsatz sein, damit das Spiel als fair gilt?

Lösung:

Mit Hilfe des dreistufigen Baumdiagramms und der Pfadregel errechnet man die Wahrscheinlichkeiten dafür eine grüne Kugel zu ziehen.



Zug	Ergebnisse	P	Ausspielung X
1	(g)	$\frac{1}{3}$	2€
2	(sg);(rg)	$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$	1€
3	(srg);(rsg)	$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$	0€

$$E(X)=2\cdot\frac{1}{3}+1\cdot\frac{1}{3}+0\cdot\frac{1}{3}=\underline{\underline{1}}$$

Der Erwartungswert der Ausspielung ist E(X) = 1.
Wenn es sich um ein faires Spiel handeln soll, muss der Einsatz 1 € betragen.

13.) Übungen Binomialverteilung I

Seien n = 100 und p = 0,3

a) Die Anzahl der Erfolge beträgt genau 26.
b) Die Anzahl der Erfolge beträgt höchstens 34.
c) Die Anzahl der Erfolge liegt zwischen 21 und 36 (einschließlich).
d) Die Anzahl der Erfolge liegt in der einfachen Sigma-Umgebung
e) In welcher Sigma-Umgebung liegen 99% aller Erfolge?

Lösung:

a) $$B(X=26) \quad = \quad \binom{100}{26}\cdot 0,3^{26}\cdot 0,7^{74} \quad = \quad 0,0613$$

b) $$B(X\leq 34) \quad = \quad 0,837$$

c) $B(21 \le X \le 36) = B(X \le 36) - B(X \le 20) = 0,904$

d)
$$\mu = 100 \cdot 0,3 = 30 \quad und \quad \sigma = \sqrt{100 \cdot 0,3 \cdot 0,7} = 4,58$$
$$\rightarrow \quad Intervall\,[\mu \pm \sigma]$$
$$B(25 \le X \le 35) = B(X \le 35) - B(X \le 24) = 0,771$$

e)

$$\mu = 100 \cdot 0,3 = 30 \quad und \quad \sigma = \sqrt{100 \cdot 0,3 \cdot 0,7} = 4,58$$
$$\rightarrow \quad Intervall\,[\mu \pm k\sigma]$$
$$\rightarrow \quad B(\mu - k\sigma \le X \le \mu + k\sigma) = 0,99 \rightarrow B(X \le \mu + k\sigma) = 0,995$$
$$\rightarrow \quad B(X \le 30 + 4,58k) = 0,995 \xrightarrow{Bin.-Vert.-Tabelle} 42 = 30 + 4,58k$$
$$\rightarrow \quad k = 2,62 \rightarrow \mu - k\sigma = 18$$
$$\rightarrow \quad B(18 \le X \le 42) = B(X \le 42) - B(X \le 17) \ge 0,99$$

Alternative:

Ablesen aus der Verteilungstabelle der Binomialverteilung:

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$B(X \le \mu + r) - B(X \le \mu - r - 1)$
30	11	$19 \le X \le 41$	0,9928 - 0,0045 = 0,9883
30	12	$18 \le X \le 42$	0,9960 - 0,0022 = 0,9938
30	13	$17 \le X \le 43$	0,9978 - 0,0009 = 0,9969

Gesuchter Radius: r = 12 => $k = \dfrac{r}{\sigma} \rightarrow k = \dfrac{12}{4,58} = 2,62$

14.) In 60 % aller Haushalte in Deutschland sind zwei Autos vorhanden. Für eine Befragung werden 100 Haushalte zufällig ausgewählt.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:

a) In weniger als 60 Haushalten sind zwei Autos vorhanden.
b) In genau 60 Haushalten sind zwei Autos vorhanden.
c) In mehr als 40 Haushalten sind zwei Autos vorhanden.
d) In mindestens 40 und höchstens 60 Haushalten sind zwei Autos vorhanden.

Lösung:

a) $B(X<60) = B(X \le 59) = 0,4567$

b) $B(X=60) = \binom{100}{60} \cdot 0,6^{60} \cdot 0,4^{40} = 0,0812$

c) $B(X>40) = 1-B(X \le 40) = 0,9999$

d) $B(40 \le X \le 60) = B(X \le 60) - B(X \le 39) = 0,537906$

15.) Die Befragung an einem Berufskolleg ergab, dass 75 % aller weiblichen Schüler (W) und 65% aller männlichen Schüler (M) gerne Sport (S) treiben.

54% aller Schüler sind weiblich.

a) Stellen Sie den Sachverhalt in einer Vierfeldertafel oder einem Baumdiagramm dar.

b) Wie viel Prozent aller Schüler treiben gerne Sport?

c) Berechnen Sie für die zufällige Auswahl eines Schülers die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:

(i) Der zufällig ausgewählte Schüler ist männlich und treibt gerne Sport.
(ii) Die zufällig ausgewählte Person treibt gerne Sport.
(iii) Der zufällig ausgewählte Schüler ist männlich.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass dieser ungern Sport treibt?
(iv) Der zufällig ausgewählte Schüler treibt gerne Sport.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist er weiblich?

Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass 70% aller Schüler, gerne Sport treiben. Weiterhin wird angenommen, dass die Anzahl der Schüler, die gerne Sport treiben einer Binomialverteilung genügt.

d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit findet man in einer Zufallsstichprobe unter 100 ausgewählten Schülern:

(i) genau 70 sportbegeisterte
(ii) weniger als 75 sportbegeisterte
(iii) mindestens 60 höchstens 71 sportbegeisterte
(iv) mehr als 75 sportbegeisterte

e) Wie viele Schüler muss man mind. auswählen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mind. 99,9 % mind. ein Schüler dabei ist, der **nicht** gerne Sport treibt?

f) Wie groß muss die Einzelwahrscheinlichkeit p (Schüler die gerne Sport treiben) mind. sein, damit die Wahrscheinlichkeit unter 10 ausgewählten Schülern mind. einen sportbegeisterten zu finden bei 99 % liegt?

Lösung:

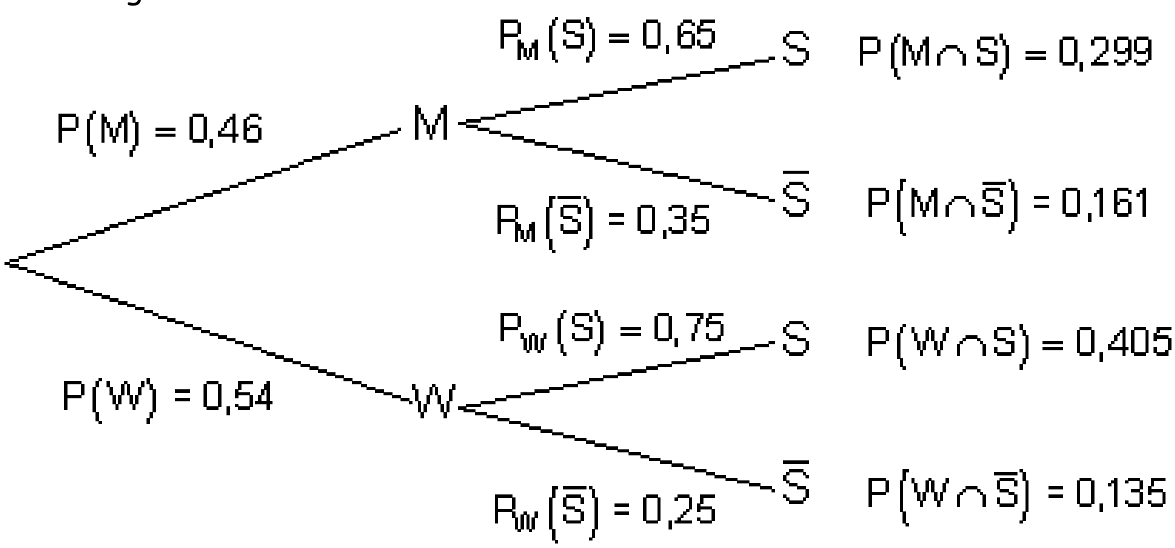
a)

Vierfeldertafel:

	S	$\overline{S}$	
M	0,299	0,161	0,46
W	0,405	0,135	0,54
	0,704	0,296	1

M : Mann
W : Frau
S : sportbegeistert
$\overline{S}$: mag kein Sport

Baumdiagramm:



b) Vierfeldertafel: P(S) = 0,704

Baumdiagramm: P(S) = 0,299 + 0,405 = 0,704

c) (i) $P(A) = P(M \cap S) = 0,299$

(ii) $P(B) = P(S) = 0,704$

(iii) $P(C) = P_M(\overline{S}) = \dfrac{P(M \cap \overline{S})}{P(M)} = \dfrac{0,161}{0,46} = 0,35$

(iv) $P(D) = P_S(W) = \dfrac{P(S \cap W)}{P(S)} = \dfrac{0,405}{0,704} = 0,575$

d) (i) $B(X = 70) = \binom{100}{70} \cdot 0,7^{70} \cdot 0,3^{30} = 0,0867$

(ii) $B(X < 75) = B(X \leq 74) = 0,8368$

(iii) $B(60 \leq X \leq 71) = B(X \leq 71) - B(X \leq 59) = 0,6108$

(iv) $B(X > 75) = 1 - B(X \leq 75) = 0,11357$

e)

$$B(X \geq 1) \geq 0,999 \rightarrow 1 - B(X = 0) \geq 0,999 \rightarrow B(X = 0) \leq 0,001$$

$$\rightarrow \binom{n}{0} \cdot 0,3^0 \cdot 0,7^n \leq 0,001 \rightarrow 0,7^n \leq 0,001 \xrightarrow{\ln} n \cdot \ln 0,7 \leq \ln 0,001$$

$$\xrightarrow{:\ln 0,7} n \geq \frac{\ln 0,001}{\ln 0,7} \geq 19,36 \rightarrow n \geq 20$$

f)

$$B_{10;p}(X \geq 1) \geq 0,99 \rightarrow 1 - B_{10;p}(X = 0) \geq 0,99 \rightarrow B_{10;p}(X = 0) \leq 0,01$$

$$\rightarrow \binom{10}{0} \cdot p^0 \cdot (1-p)^{10} \leq 0,01 \rightarrow (1-p)^{10} \leq 0,01 \xrightarrow{\sqrt[10]{}} 1 - p \leq 0,63095$$

$$p \geq 0,36904$$

16.) Normalverteilung

Am 18.03.2006 wurde Lukas P. geboren. Er war 56 cm groß und 3.900 g schwer. Männliche Neugeborene besitzen normalerweise eine Durchschnittsgröße von 53 cm (Varianz = 4) und ein Durchschnittsgewicht von 3.600 g (Varianz = 10.000).

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Neugeborener mindestens so groß ist wie Lukas?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Neugeborener höchstens so schwer ist wie Lukas?

c) Bestimmen Sie die Grenzen des $Intervalls \quad [53-k\,;53+k]$ der Körpergrößen bei einer Wahrscheinlichkeit von 95 %?

Lösung:

a)

$$P(k \geq 56) \quad = \quad 1-P(k<56)$$

$$x=\frac{56-53}{2} \quad \Rightarrow \quad x=1,5 \quad \Rightarrow \quad \Phi(1,5)=0,93319$$

$$P(k \geq 56) \quad = \quad 1-\Phi(1,5) \quad = \quad 1-0,93319 \quad = \quad 0,06681$$

$$P(k \geq 56) \quad \approx \quad 6,681\,[\%]$$

---

b)

$$P(k \leq 3.900)$$

$$x=\frac{3.900-3.600}{100} \quad \Rightarrow \quad x=3 \quad \Rightarrow \quad \Phi(3)=0,999$$

$$P(k \leq 3.900) \quad = \quad \Phi(3)=0,999 \quad \approx \quad 99,9\,[\%]$$

---

c)

$$2\Phi(x)-1=0,95 \quad \Rightarrow \quad \Phi(x)=0,975 \quad \Rightarrow \quad x=1,96$$

$$\Rightarrow \quad 1,96=\frac{k_1-53}{2} \quad \Rightarrow \quad k_1=56,92$$

$$\Rightarrow \quad -1,96=\frac{k_2-53}{2} \quad \Rightarrow \quad k_2=49,08$$

$$\Rightarrow \quad Intervall: \quad [49,08\,;56,92]$$

17.) Autoradios

Autoradios haben eine mittlere Lebensdauer von 50.000 Betriebsstunden mit einer Standardabweichung von 10.000 Stunden.

Die Radios werden bei der Unternehmung Knödel-Phon in vier Produktionshallen hergestellt, wobei 30% in Halle 1, 20 % in Halle 2, 15 % in Halle 3 und der Rest in Halle 4 produziert werden.

Dabei werden auch Mängelprodukte erzeugt. 4 %, 5 %, 2 % und 7 % entsprechend der Hallenreihenfolge.

Insgesamt werden 10.000 Radios am Tag hergestellt.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, ein mangelhaftes Radio zu produzieren?

b) Wie viele einwandfreie Radios werden in einer Woche hergestellt, wenn man von 5 Arbeitstagen ausgeht.

c) Bei Produkttests wurde ein mangelhaftes Radio gefunden.
Wie wahrscheinlich ist es, dass es in Halle 2 hergestellt wurde?

d) Wie viel % der erzeugten Radios haben eine Lebensdauer von mindestens 70.000 Stunden?

e) Bei wie viel % der Radios weicht die Lebensdauer um mehr als 15.000 Stunden vom erwarteten Mittelwert ab?

f) Auf wie viele Stunden muss durch Verbesserung der Radios die mittlere Lebensdauer erhöht werden, damit bei gleicher Standardabweichung mind. 85 % der Radios mind. 42.000 Stunden laufen?

Lösung:

a) $$P(\text{"Fehler"}) = 0{,}3\cdot 0{,}04+0{,}2\cdot 0{,}05+0{,}15\cdot 0{,}02+0{,}35\cdot 0{,}07 = 0{,}0495$$

b) $$Menge\,(\text{"}einwandfrei\text{"}) = 0{,}9505\cdot 5\cdot 10.000 = 47.525\,[\text{"}Radios\text{"}]$$

c) $$P(\text{"Halle 2"}) = \frac{0{,}2\cdot 0{,}05}{0{,}0495} = 0{,}202 \approx 20{,}2\,[\%]$$

d)

$$\mu = 50.000 \quad ; \quad \sigma = 10.000$$

$$x = \frac{70.000 - 50.000}{10.000} = 2$$

$$P\left(X > 70.000\right) = 1 - \Phi\left(2\right) = 1 - 0,9772 = 0,0228 \approx 2,3\left["\%"\right]$$

e)

$$\mu = 50.000 \quad ; \quad \sigma = 10.000$$

$$1 - P\left(35.000 \le X \le 65.000\right) = 1 - \left[\Phi\left(1,5\right) - \Phi\left(-1,5\right)\right] = 1 - \left[2\Phi\left(1,5\right) - 1\right]$$

$$x = \frac{65.000 - 50.000}{10.000} = 1,5$$

$$1 - \left[2\Phi\left(1,5\right) - 1\right] = 2 - 2\Phi\left(1,5\right) = 2 - 2 \cdot 0,9332 = 0,1336 \approx 13,4\left["\%"\right]$$

f)

$$\mu = ??? \quad ; \quad \sigma = 10.000$$

$$-1,04 = \frac{42.000 - \mu}{10.000} \Rightarrow \mu = 52.400\left["\mathit{Stunden}"\right]$$