Statistik-Übungsaufgaben

1) Bei der Produktion eine Massenartikels sind erfahrungsgemäß 20 % aller gefertigten Erzeugnisse unbrauchbar. Es wird eine Stichprobe vom Umfang n =1000 entnommen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich

   A) a) höchstens 175
      b) mehr als 230 schlechte Stücke in der Stichprobe befinden.

   B) a) höchstens 100
      b) mehr als 150 schlechte Stücke in der Stichprobe befinden.

   (Approximation durch die Normalverteilung!)

2) Ein Produzent weiß, dass der Ausschuss seines Massenartikels 15% beträgt.
   Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei 100 ausgewählten Stücken
   a) höchstens 25,
   b) höchstens 35,
   c) mindestens 25, jedoch weniger als 36 Stücke defekt sind.

3) Welche der folgenden Aussagen über ein 95%-iges Konfidenzintervall für den Mittelwert eines Merkmals X ist richtig?
   a) Je größer der Stichprobenumfang n ist, desto kleiner ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Merkmalswert außerhalb der Grenzen des Konfidenzintervalls liegt.
   b) Mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% liegen die Merkmalswerte von X innerhalb der Grenzen des Konfidenzintervalls.
   c) Mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% überdeckt das Konfidenzintervall den tatsächlichen Mittelwert.
   d) Wenn α zunimmt, nimmt auch die Größe des Konfidenzintervalls zu.
   e) Keine der vorstehenden Aussagen ist richtig!

4) In einer Stichprobenuntersuchung wurde für die mittlere Reißfestigkeit μ von Stahlbändern zur Verpackung von Paletten (Maßeinheit: Newton) aus einer Stichprobe von 25 Stahlbändern das 95%-Konfidenzintervall ($g_u = 956$; $g_o = 1044$) berechnet. Es war bekannt, dass die Reißfestigkeit eines Stahlbandes näherungsweise normalverteilt ist mit der Standardabweichung $\sigma = 110$.

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

a) Eine Verdoppelung des Stichprobenumfangs n führt zu einer Verdoppelung der Breite des Konfidenzintervalls.

b) Eine Vervierfachung des Stichprobenumfangs n führt zu einer Halbierung der Breite des Konfidenzintervalls.

c) Eine Halbierung des Stichprobenumfangs n führt zu einer Vervierfachung der Breite des Konfidenzintervalls.

d) Ein 90%- Konfidenzintervall wäre breiter als das oben angegebene.

e) Mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% liegt die Reißfestigkeit eines Stahlbandes innerhalb der Grenzen des obigen Konfidenzintervalls.

f) Mit einer Wahrscheinlichkeit von 5% ist die Intervallschätzung von μ falsch.

g) Keine der vorstehenden Aussagen ist richtig!

5) An einer großen deutschen Universität (30000 Studenten) kandidierte für die Wahlen zum Studentenparlament eine neue Gruppierung mit dem Namen „Studenten, arbeitet und freut euch (SAUFE)“. Bei einer Blitzumfrage unter 625 Studenten ergab sich ein Anteil von 10%, die sich als Anhänger der neuen Gruppe bezeichnen.

Schätzen Sie den Anteil der SAUFE-Anhänger unter allen Studenten mit einer Wahrscheinlichkeit von 90%.

6) Aus einer großen Lieferung abgepackter Kartoffeln werden 10 Säcke entnommen und folgende Gewichte notiert:

9,5; 10,5; 10,0; 10,0; 10,2; 10,0; 10,4; 9,6; 9,8; 10,0.

Bestimmen Sie ein 95%-Konfidenzintervall für das durchschnittliche Gewicht der Packungen in der Lieferung. Die Gewichte der Packungen seien annähernd normalverteilt.

7) Eine Stichprobe von 64 Knopfbatterien für elektrische Kugelschreiber liefert eine mittlere Lebensdauer von 75 Stunden und eine Standardabweichung von 8 Stunden. Wie groß ist die mittlere Lebensdauer aller Batterien in einer Lieferung von 1500 Stück mindestens? (Konfidenzniveau = 0,90)

8) Von 64 Hennen einer neu gezüchteten Rasse werden von einem Züchterverband die Legeleistungen pro Jahr ermittelt. Es ergab sich ein Durchschnitt von 250 Eiern pro Jahr bei einer Standardabweichung von 32.

a) Innerhalb welcher Grenzen kann die durchschnittliche jährliche Legeleistung bei einem Konfidenzniveau von 0,90 erwartet werden?

b) Welcher Stichprobenumfang wäre nötig, um die durchschnittliche jährliche Legeleistung mit einer Abweichung von ±10 Eiern zu schätzen ($\alpha = 0{,}1$). Die Standardabweichung der Grundgesamtheit kann mit $\sigma = 40$ angenommen werden.

9) Ein Meinungsforschungsinstitut hat mit Hilfe einer Zufallsstichprobe vom Umfang 2000 den Stimmenanteil der CDU bei den Bundestagswahlen mit Hilfe der ML-Methode auf 35,6 % geschätzt.

Welche der nachfolgenden Aussagen sind sinnvoll?

a) Die Angabe ist ohne Bedeutung, da es ja vielmehr Wahlberechtigte gibt.

b) Die „Vorhersage“ ist eine Punktschätzung. Bei Vorgabe eines Konfidenzniveaus läßt sich daraus ein Konfidenzintervall berechnen.

c) Falls das Meinungsforschungsinstitut von einem Konfidenzniveau von 0,95 ausgegangen ist, ergibt sich als absoluter Fehler ± 1% .

d) Falls das Meinungsforschungsinstitut von einem Konfidenzniveau von 0,95 ausgegangen ist, ergibt sich als absoluter Fehler ± 2% .

10) Das Durchschnittsalter von 10.000 Studenten soll aufgrund einer Stichprobe innerhalb eines Fehlerbereichs von 0,5 Jahren mit 95%-iger Sicherheit bestimmt werden.

Aus der Vergangenheit ist bekannt, dass die Standardabweichung etwa 3 Jahre beträgt.

Bestimmen Sie den notwendigen Stichprobenumfang.

11) Der Produktionsleiter einer Zementfabrik behauptet, das Füllgewicht seiner 50 kg Zementsäcke sei normalverteilt mit einer Standardabweichung von 2kg.

Durch die Installation einer vollautomatischen Abfüllanlage soll die Abfüllzeit pro Zementsack gesenkt werden. Zur Überprüfung des durchschnittlichen Füllgewichts wird eine Stichprobe von 25 Zementsäcken gezogen.

a) Man erhält ein durchschnittliches Füllgewicht von 49,5 kg.

Prüfen Sie mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 %, ob sich durch die Installation der vollautomatischen Abfüllmaschine das durchschnittliche Füllgewicht der Säcke verändert hat.

b) Eine zweite Stichprobe vom Umfang n = 100 ergibt ein durchschnittliches Füllgewicht der Zementsäcke von 50,8 kg.

Können Sie aufgrund dieser Stichprobe vermuten, dass sich das durchschnittliche Füllgewicht erhöht hat und die Maschine neu eingestellt werden muss, wenn der Produktionsleiter eine Irrtumswahrscheinlichkeit von 1 % zugrunde legt?

c) Angenommen die zweite Stichprobe hätte ein durchschnittliches Füllgewicht von 49,8 kg ergeben.

Prüfen Sie, ob aufgrund dieses Wertes von einer Senkung des durchschnittlichen Füllgewichts ausgegangen werden muss. (Irrtumswahrscheinlichkeit 1 %)

d) Berechnen Sie zu 2) den β-Fehler.

e) In einem anderen Fertigungsprozess wird mit unbekannter Wahrscheinlichkeit p Ausschuss produziert. Es wurden 100 produzierte Teile untersucht, von denen sich 30 Teile als fehlerhaft erwiesen.

Entscheiden Sie bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 0,2$ über die beiden folgenden Hypothesen: H_0: p = 0,2 H_1: p > 0,2

12) Ein Produzent gibt an, dass die Lebensdauer der von ihm hergestellten Schläuche eine normalverteilte Zufallsvariable sei, mit dem Mittelwert 40.000 km und einer Standardabweichung von $\sigma = 6000$ km.

a) Zur Prüfung dieser Angabe werden 400 Schläuche zufällig ausgewählt. Es ergab sich eine durchschnittliche Lebensdauer von 39.600 km.

Prüfen Sie mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5%, ob aufgrund dieses Stichprobenbefundes geschlossen werden kann, dass sich die durchschnittliche Lebensdauer verringert hat.

b) Durch die Anwendung eines neuen Produktionsverfahrens soll sich die durchschnittliche Lebensdauer erhöht haben. Eine Stichprobe von 400 Schläuchen ergab jetzt eine durchschnittliche Lebensdauer von 40.800 km.

Testen Sie mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 1%, ob sich die durchschnittliche Lebensdauer der Schläuche erhöht hat.

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art, wenn der tatsächliche Mittelwert bei 41.000 km liegt (bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 1%).

13) Die Wirksamkeit von Grippeschutzimpfungen wird seit langem angezweifelt. Daher werden in einer Untersuchung n = 1.600 zufällig ausgewählte Personen einer bestimmten Region gegen Grippe geimpft.

Von diesen geimpften Personen erkrankten 256 (=16 %) an Grippe.

a) Prüfen Sie die Behauptung der Pharmaindustrie, durch die Grippe-Impfung sinke die Quote der erkrankten Personen von 20 % auf 16 % (bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 2,5%).

b) Bei wie vielen Erkrankungen in der Testgruppe kann man die obige Hypothese nicht verwerfen?

14) Fünf Jahre lang wurden in einem Betrieb die Krankmeldungen von 515 Arbeitern erfasst. Die Tabelle schlüsselt die Krankmeldungen nach Wochentagen auf.

Testen Sie die Hypothese, dass die Häufigkeiten der Krankmeldungen für alle Wochentage gleich sind, auf einem Signifikanzniveau von 0,1 %.

Mo	Di	Mi	Do	Fr
1150	670	518	410	382

15) Es wird behauptet, die Körpergröße der Wehrpflichtigen gehorche einer Normalverteilung mit Erwartungswert 174 cm und Standardabweichung 5,5 cm. 400 zufällig ausgewählte Rekruten hatten folgende Häufigkeitsverteilung der Körpergrößen:

Größenklasse (cm)	bis 168	über 168 bis 171	über 171 bis 174	über 174 bis 177	über 177 bis 180	über 180
Anzahl Rekruten	70	65	80	60	62	63

Testen Sie die Hypothese über die Verteilung in der Grundgesamtheit anhand des vorliegenden Stichprobenbefundes auf einem Signifikanzniveau von 0,02.

16) Es soll untersucht werden, wie viele Dienstwagen mittelständische Unternehmen ihren Angestellten zur Verfügung stellen. Es wurden 1200 Firmen befragt. Man erhielt folgendes Ergebnis:

Anzahl der Pkw	0	1	2	3	4 und mehr
Häufigkeit	32	40	20	16	12

Testen Sie bei einem Signifikanzniveau von 0,05 die Hypothese, dass die Anzahl der den Angestellten zur Verfügung stehenden Pkw poissonverteilt ist mit $\mu = 2$.

17) Man teste die Hypothese, das Nettogewicht X der von einer bestimmten Abfüllmaschine gefüllten Pakete sei normalverteilt mit μ= 250 g und σ= 5 g. Dazu wurde eine Stichprobe von n= 1000 Paketen genommen, die folgendes Ergebnis lieferte.
Das Signifikanzniveau wurde mit 5% festgelegt.

Gewichtsklasse in g	0 bis 244,9	245,0 bis 246,9	247,0 bis 248,9	249,0 bis 251,0	251,1 bis 253,0	253,0 bis 255,0	255,1 und darüber
Häufigkeit	168	120	137	149	140	121	165

(Verwenden Sie als obere Klassengrenze der ersten Klasse 244,95 und behandeln Sie die übrigen Klassen analog)

18) Ein Würfel wird 100mal geworfen. Die dabei aufgetretenen Augenzahlen sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Häufigkeit	8	20	18	25	10	19

Testen Sie auf einem Signifikanzniveau von 0,01 die Hypothese, dass der verwendete Würfel ideal (=nicht gezinkt) ist, dass also für die Zufallsvariable X „Augenzahl beim einmaligen Würfeln“ gilt: $W(X=k) = f(k) = {}^1/_6$ für alle k = 1, 2, 3, 4, 5, 6

19) Untersuchen Sie die Behauptung, im Sommer würden in einer Kneipe - poissonverteilt - im Mittel zwei Weizenbiere pro Gast getrunken, bei einem Sicherheitsgrad von 95 %, wenn eine Erhebung folgende Ergebnisse lieferte:

Anzahl der Weizenbiere	0	1	2	3	4	5 und mehr
Anzahl der Gäste	45	40	55	30	20	10