

Lösungen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung

Aufgabe 1:

$$9 \cdot 3 \cdot 5 = 135$$

Aufgabe 2:

a) $n! \Rightarrow 7! = 5040$

b) $6! = 720$

Aufgabe 3:

$$\binom{10}{6} = \frac{10!}{6! \cdot 4!} = 210$$

Aufgabe 4:

$$\binom{5}{3} = 10$$

Aufgabe 5:

a) $9 \cdot 10^5 = 900\,000$

b) $5^6 = 15\,625$

Aufgabe 6:

$$8! = 40\,320$$

$$40\,320 \cdot 15 \text{ sec} \stackrel{\Delta}{=} 7 \text{ Tage}$$

Aufgabe 7:

$$\binom{9}{5} = 126$$

Aufgabe 8:

$$\binom{N+r-1}{r} \quad N=3 \quad \binom{14}{12} = 31$$

$r=12$

Aufgabe 9:

$$8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$$

Aufgabe 10:

a) $6 \cdot 8 \cdot 10 = 480$

b) $6 \cdot 8 \cdot 11 = 528$

Aufgabe 11:

a) $W(X \leq 5) = \frac{5}{6}$

b) $W(X \geq 5) \cup W(X=2,4,6) = \frac{2}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Aufgabe 12:

$W(E_1) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$

$W(E_2) = \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{216} = \frac{1}{54}$

$W(E_3) = 1 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

$W(E_4) = 1 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$

$W(E_5):$

10 günstige Ereignisse:

• Augensumme = 5: 1-1-3

1-2-2

1-3-1

2-1-2

2-2-1

3-1-1

• Augensumme = 4: 1-1-2

1-2-1

2-1-1

• Augensumme = 3: 1-1-1

$W(E_5) = \frac{10}{216}$

(Wkt für jede der Kombinationen = $\left(\frac{1}{6}\right)^3$)

Aufgabe 13:

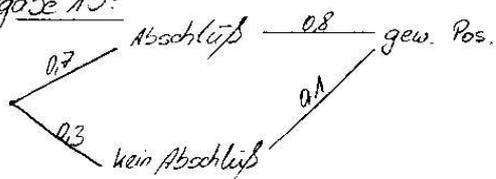
$1 - W(A \text{ falsch}, B \text{ falsch}) = 1 - 0,5 \cdot 0,5 = 0,75$ oder

$\begin{matrix} & & \swarrow 0,5 \text{ Richtig} \\ 0,5 \text{ A richtig} & & \searrow 0,25 \text{ B falsch} \\ & & \swarrow 0,5 \text{ B richtig} \\ & & \searrow 0,25 \text{ A falsch} \end{matrix} = 3 \cdot 0,25 = 0,75$

Aufgabe 14:

$1 - W(F \cup H) = 1 - [W(F) + W(H) - W(F \cap H)]$
 $= 1 - 0,1 + 0,15 - 0,05 = 0,8$

Aufgabe 15:



$$W(\text{gew. Pos.}) = 0.7 \cdot 0.8 + 0.3 \cdot 0.1 = 0.59$$

Aufgabe 16:

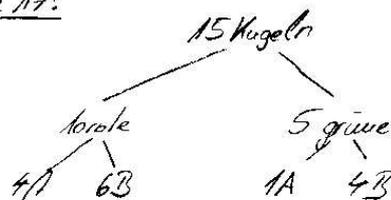
$$W(\text{"Batterie o.k."}) = 0.8$$

$$W(\text{"Zweusec o.k."}) = 0.9$$

$$W(\text{"Antrieb o.k."}) = 0.85$$

$$W(\text{"alle 3 in Ordnung"}) = 0.8 \cdot 0.9 \cdot 0.85 = 0.612$$

Aufgabe 17:



$$W(\text{rot} | A) = \frac{W(\text{rot} \cap A)}{W(A)}$$
$$= \frac{4/15}{5/15} = \frac{4}{5}$$

Aufgabe 18:

$$a) 6^4 = 1296$$

$$b) 3^4 = 81$$

$$c) 1 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6} = 0,2\bar{7}$$

Aufgabe 19:

$$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{10} = 0,8385$$

Aufgabe 20:

$$\left(\frac{2+g}{13+g+r}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \quad \left(\frac{8+g}{13+g+r}\right)^3 = \left(\frac{5}{9}\right)^3$$

$$\begin{array}{l} 6+3g \\ g \end{array} = \begin{array}{l} 13+g+r \\ 3,5+\frac{r}{2} \end{array} \quad \begin{array}{l} 72+9g \\ 1g \end{array} = \begin{array}{l} 65+5g+5r \\ \frac{5}{4}r - \frac{g}{4} \end{array}$$

$$3,5 + \frac{r}{2} = \frac{5}{4}r - \frac{g}{4}$$

$$3,5r = 5,25$$

$$r = 1,5$$

$$\Rightarrow g = 7$$

Aufgabe 21:

$$\text{richtige Lösungen} \cdot \frac{1}{N} \cdot \frac{N-1}{N} \cdot \frac{N-2}{N-1} \cdot \frac{1}{N-2}$$

Aufgabe 22:

$$p = \frac{1}{8} \quad n = 10$$

a) $x = 1$

$$\binom{10}{1} \cdot 0,125^1 \cdot 0,875^9 = 0,3758$$

a) $x = 1$ oder $x = 0$

$$0,3758 + \underbrace{\binom{10}{0} \cdot 0,125^0 \cdot 0,875^{10}}_{= 0,2632} = 0,6388$$

b) $\frac{7}{8} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{8} = 0,0837$

Aufgabe 23:

$$\frac{450 \cdot 449 \cdot 448 \cdot 447 \cdot 446}{500 \cdot 499 \cdot 498 \cdot 497 \cdot 496} = 0,5892$$

Aufgabe 24:

- Wkt. daß A gewonnen hätte: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 0,25$
- Wkt. daß B gewonnen hätte: $1 - 0,25 = 0,75$
(oder $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$)
10 = 2 Wkt!

im Verhältnis 1:3 ist zu teilen

Aufgabe 25:

$$1 - \frac{6}{10} \cdot \frac{11}{20} = 0,78 \text{ oder}$$

$$\frac{6}{10} + \frac{9}{20} - \frac{6}{10} \cdot \frac{9}{20} = 0,78$$

Aufgabe 26:

$$0,6 \cdot 0,8 + 0,4 \cdot 0,7 = 0,76$$

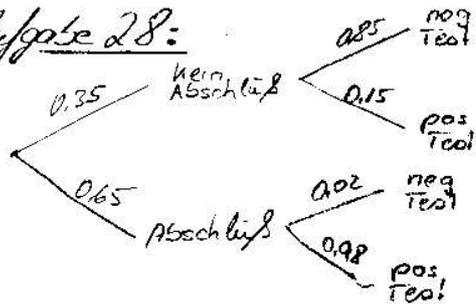
Aufgabe 27:

$$0,38 \cdot 0,32 + 0,42 \cdot 0,74 + 0,2x = 0,55$$

$$0,2x = 0,1176$$

$$x = 0,588$$

Aufgabe 28:

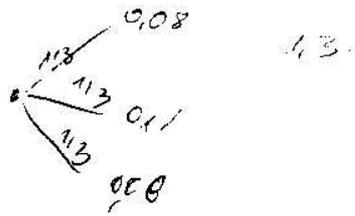


$$W(\text{Abschl.} | \text{neg. Test}) = \frac{W(kA \cap nT)}{W(nT)}$$

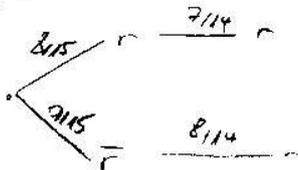
$$= \frac{0,35 \cdot 0,85}{0,35 \cdot 0,85 + 0,65 \cdot 0,02} = 0,958$$

Aufgabe 29:

$$\frac{0,08}{0,1 + 0,08 + 0,06} = \frac{1}{3}$$



Aufgabe 30:



$$\frac{8}{15} \cdot \frac{7}{14} + \frac{7}{15} \cdot \frac{8}{14} = \frac{8}{15}$$

Aufgabe 36:

$$\int_{-1}^x (-3v^2 - 3v) dv$$

$$= \left[-v^3 - \frac{3}{2}v^2 \right]_{-1}^x$$

$$= -x^3 - \frac{3}{2}x^2 - \left(-1 - \frac{3}{2} \right) =$$

$$-x^3 - 1,5x^2 + 0,5 \quad \text{für } -1 < x \leq 0$$

$$F(0) = 0,5$$

$$\int_0^x (-3v^2 + 3v) dv$$

$$= \left[-v^3 + \frac{3}{2}v^2 \right]_0^x$$

$$= -x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 0,5 \quad \text{für } 0 < x \leq 1$$

$$F(1) = 1$$

$$F(x) = \begin{cases} -x^3 - 1,5x^2 + 0,5 & \text{für } -1 < x \leq 0 \\ -x^3 + 1,5x^2 + 0,5 & \text{für } 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

Aufgabe 37:

W ("Batterie ok") o. W ("max 1. Kunde defekt")

$$0,5 \cdot \left(\int_0^1 (0,4; 0,2) + \int_0^1 (1,1; 0,2) \right)$$

↳ Tafel 2

$$0,5 \cdot (0,4096 + 0,4096)$$

$$= 0,4096$$

Aufgabe 38:

$$1 - \int_H (0,3; 8; 2)$$

$$1 - \frac{\binom{8}{0} \cdot \left(\frac{6}{3}\right)}{\binom{8}{3}} = 1 - \frac{20}{56} = 1 - 0,36 = 0,64$$

Aufgabe 39:

$$\int_r (6,13) = \frac{3^6}{6!} \cdot e^{-3} = 0,0504$$

Aufgabe 40:

$$\mu = 400 \quad \sigma = 0,5$$

$$a) W(X \leq 390) = F_{SN} \left(\frac{390 - 400}{0,5} \right) = F_{SN}(-2) = 0,0228$$

2,28% - Ausschuss

$$b) W(X \leq 407,5) = F_{SN} \left(\frac{407,5 - 400}{0,5} \right) = F_{SN}(1,5) = 0,9332$$

mit 93,32% Wkt ist
ein Gut mit Länge als
407,5 cm

Aufgabe 41:

$$\mu = 0,614 \quad \sigma = 0,007$$



$$1 - [W(X \leq 0,62) - W(X \leq 0,6)]$$

$$1 - \left[F_{SN} \left(\frac{0,62 - 0,614}{0,007} \right) - F_{SN} \left(\frac{0,6 - 0,614}{0,007} \right) \right]$$

$$1 - [F_{SN}(0,86) - F_{SN}(-2)]$$

$$1 - [0,8051 - 0,0228] =$$

$$1 - 0,7823 = 0,2177$$

Aufgabe 42:

$$a) W(X > 0,27) = 1 - W(X \leq 0,27)$$

$$= 1 - F_{SN} \left(\frac{0,27 - 0,26}{0,02} \right) = 1 - 0,6915 = 0,3085$$

$$b) W(X \leq 0,25) = F_{SN} \left(\frac{0,25 - 0,26}{0,02} \right) = 0,3085$$

$$c) W(0,24 \leq X \leq 0,26)$$

$$F_{SN} \left(\frac{0,26 - 0,26}{0,02} \right) - F_{SN} \left(\frac{0,24 - 0,26}{0,02} \right)$$

$$= F_{SN}(0) - F_{SN}(-1) = 0,5 - 0,2420 = 0,2580$$

$$d) W(X > 0,27 | X > 0,25)$$

$$= \frac{W(X > 0,27 \cap X > 0,25)}{W(X > 0,25)} = \frac{W(X > 0,27)}{W(X > 0,25)} = \frac{0,3085}{0,6915} = 0,4463$$

Aufgabe 43: $n = 1000$ $p = 0,2$ $\mu = 200$ $\sigma = \sqrt{160}$

a) $W(X \leq 100)$

$$F_W\left(\frac{100,5 - 200}{\sqrt{160}}\right) = -2,866$$

Stetigkeitskorrektur

nahe $\Phi(0)$

b) $W(X > 150) = 1 - W(X \leq 150)$

$$1 - F_W\left(\frac{150,5 - 200}{\sqrt{160}}\right) = 1 - F_W(-3,13) \Rightarrow \text{nahe } \Phi(1)$$

Aufgabe 44:

$W(\text{"3 von 4 Partien"})$

$$n = 4 \quad x = 3$$

$$\binom{4}{3} \cdot 0,5^3 \cdot 0,5^1 = 0,25$$

$W(\text{"5 von 8 Partien"})$

$$n = 8 \quad x = 5$$

$$\binom{8}{5} \cdot 0,5^5 \cdot 0,5^3 = 0,21875$$

Aufgabe 45:

$$\binom{5}{5} \cdot \left(\frac{18}{37}\right)^5 \cdot \left(\frac{19}{37}\right)^0 = 0,0272$$

Aufgabe 46:

a) $x = 2$
 $n = 20$

$$\frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{45}{18}}{\binom{50}{20}} = 0,3641$$

b) $n = 5$
 $x = 1$

$$\frac{\binom{5}{1} \cdot \binom{45}{4}}{\binom{50}{5}} = 0,3516$$

c) $\frac{45}{50} = 0,9$

Aufgabe 47:

a) Ergebnis: 0,0262 (mit Stetigkeitskorrektur)

b) Ergebnis: 0,008

Aufgabe 48:

$$\text{a) } \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{45}{8}}{\binom{50}{10}} = 0,2098$$

$$\text{b) } \binom{10}{2} \cdot 0,1^2 \cdot 0,9^8 = 0,1937$$