

Statistik-Übungsaufgaben

- 1) Ein Autohersteller bietet seine Modelle in 9 verschiedenen Farben, 3 verschiedenen Innenausstattungen und mit 5 verschiedenen Motoren an.

Wie viele Wahlmöglichkeiten hat ein Käufer?

- 2) Ein Arzt macht Hausbesuche bei 7 Patienten.

Wie viele Möglichkeiten, sie zu besuchen gibt es

- a) insgesamt
- b) wenn er einen bestimmten Patienten erst am Schluss besucht?

- 3) Auf wie viele Arten könne 10 Skifahrer auf 2 Gondeln verteilt werden, wenn die eine Gondel noch 6, die andere noch 4 Plätze frei hat?

- 4) Eine Krankheit kann durch 5 verschiedene Wirkstoffe bekämpft werden. Aus Kostengründen werden nur 3 dieser Wirkstoffe einer Salbe beigemischt.

Wie viele Kombinationen sind möglich?

- 5) a) Wie viele sechsstellige Telefonnummern gibt es, wenn die erste Ziffer von Null verschieden sein muss?

b) Wie viele davon bestehen aus ungeraden Ziffern?

- 6) Ein Fernmeldetechniker soll 8 Drähte mit 8 Anschlussdrähten verbinden.

Wie oft muss er im ungünstigsten Fall probieren?

Wie lange würde er dann ungefähr benötigen, wenn er für die Verdrahtung aller 8 Drähte durchschnittlich 15 Sekunden benötigt?

- 7) Auf wie viele Arten kann man 5 Zirkuskarten auf 9 Schüler verteilen, wenn ein Schüler höchstens eine Karte erhalten soll?

- 8) Bei einem Sonderangebot kann man sich eine Kiste (12 Flaschen) aus 3 verschiedenen Getränkesorten beliebig zusammenstellen.

Wie viele Möglichkeiten gibt es?

- 9) Acht 400m-Läufer kämpfen bei der Olympiade um die drei Medaillen.
Auf wie viele Arten können sie verteilt werden?
- 10) Herr K besitzt 6 Anzüge, 8 Hemden und 10 Krawatten.
Diese kombiniert er täglich.
- Wie viel Kombinationsmöglichkeiten hat er?
 - Wie viele Kombinationsmöglichkeiten hat er, wenn er Anzug und Hemd auch ohne Krawatte trägt?
- 11) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei einmaliger Ausspielung eines Würfels
- keine „6“ zu erhalten
 - mindestens eine „5“ oder eine „gerade Zahl“ zu erhalten?
- 12) Ein Laplace-Würfel („fairer“ Würfel) wird dreimal ausgespielt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
- E1: Die Zahl „6“ erscheint dreimal
E2: Die Augenzahl steigt von Wurf zu Wurf um 1
E3: Es erscheint dreimal dieselbe Zahl
E4: Es erscheinen drei verschiedene Zahlen
E5: Die Augensumme ist höchstens 5
- 13) Zwei Studenten versuchen unabhängig voneinander die gleiche Statistik-Aufgabe zu lösen, wobei jeder mit einer Lösungswahrscheinlichkeit von 0,5 arbeitet.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass wenigstens einer der Studenten das richtige Ergebnis findet?
- 14) Bei der Herstellung eines Produktes treten die Fehler „nicht maßhaltig“ (M) und „nicht funktionsfähig“ (F) mit Wahrscheinlichkeiten von 0,1 bzw. 0,15 auf. Beide Fehler treten gleichzeitig mit der Wahrscheinlichkeit von 0,05 auf. Ein Produkt ist nur dann verkäuflich, wenn es keinen der beiden Fehler besitzt.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Produkt verkäuflich?

15) Am Anfang seines Studiums glaubt ein Student, dass er dieses mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,7 erfolgreich beenden wird.

Mit erfolgreich abgeschlossenem Studium beträgt die Wahrscheinlichkeit, die gewünschte Position zu erhalten 80% ohne Studienabschluss nur 10%.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Student die Position erhält?

16) Bei einem Auto fällt innerhalb einer Woche die Batterie mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,2, die Bremsen mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,1 und der Antrieb mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,15 aus.

Wie groß ist (bei Unabhängigkeit der Ereignisse), dass in einer Woche keines der drei Aggregate ausfällt?

17) In einer Urne befinden sich 15 Kugeln. 10 Kugeln sind rot, von denen sind vier mit einem „A“ gekennzeichnet und die übrigen mit „B“. Unter den 5 grünen Kugeln tragen vier den Buchstaben „B“ und eine ein „A“. Es wird eine Kugel gezogen, die den Buchstaben „A“ trägt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass diese Kugel rot ist?

18) Ein Würfel wird viermal geworfen.

a) Wie viele verschiedene Ergebnisse gibt es?

b) Wie viele gibt es, wenn nur ungerade Zahlen gelten?

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei den 4 Würfeln 4 verschiedene Zahlen zu würfeln?

19) Ein idealer Würfel wird 10mal geworfen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine „6“ erscheint?

20) In einer Urne befinden sich 6 schwarze, 5 rote und 2 gelbe Kugeln. Es soll nun eine bestimmte Anzahl an **roten** und **gelben** Kugeln hinzugefügt werden, so dass folgende 2 Bedingungen erfüllt sind:

Bei 3maligem Ziehen mit Zurücklegen soll

1) die Wahrscheinlichkeit für 3 gelbe Kugeln $\frac{1}{27}$ **und**

2) die Wahrscheinlichkeit, dass man keine rote Kugel zieht, $\frac{125}{729}$ betragen.

Wie viele rote und wie viele gelbe Kugeln muss man **hinzufügen**?

21) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beim Ziehen ohne Zurücklegen ein bestimmtes Element der Grundgesamtheit vom Umfang N als drittes Element in die Stichprobe gelangt?

Kreuzen Sie die richtige(n) Antwort(en) an!

$\frac{1}{N-2}$

$\frac{1}{N}$

$\left(\frac{1}{N}\right)^3$

$\frac{N-1}{N} * \frac{N-2}{N-1} * \frac{1}{N-2}$

$\frac{N-1}{N} * \frac{N-2}{N-1} * \frac{N}{N-2}$

Keine Antwort richtig

22) Ein Betrunkener kommt nachts an seine Wohnungstür und versucht diese zu öffnen. Von den acht Schlüsseln an seinem Schlüsselbund schließt einer. Für jeden Versuch, den Schlüssel ins Türschloss zu bekommen, braucht der Betrunkene, der sich keinen einmal benutzten Schlüssel merken kann, eine Minute.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er bei zehn Versuchen

aa) genau einmal

ab) höchstens einmal den passenden Schlüssel findet?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er nach genau vier Minuten in die Wohnung kommt?

23) Ein Kaufhaus prüft eine Warensendung von 500 Gläsern nach folgendem Verfahren:

5 Gläser werden der Sendung ohne Zurücklegen entnommen und geprüft. Die Sendung wird abgelehnt wenn unter diesen mindestens eines fehlerhaft ist.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird die Sendung angenommen, wenn 90% der Gläser einwandfrei sind?

24) Zwei Zocker sitzen in einer Spelunke und spielen um einen Jackpot in Höhe von 40 Gulden. Sie spielen mit einer Münze. A setzt immer auf Zahl, B auf Wappen. Gewonnen hat derjenige dessen Münzseite zuerst 10 mal geworfen wird. Momentaner Spielstand: Es fiel bisher 8mal Zahl (A) und 9mal Wappen (B). Da droht eine „Razzia“ durch die Gendarmerie. Sie müssen das Spiel beenden.

Wie ist der Einsatz gerecht zu verteilen?

- 25) Zwei Jäger wissen aus Erfahrung, dass sie in 6 von 10 bzw. 9 von 20 Fällen beim ersten Schuss treffen. Sie schießen unabhängig voneinander auf einen Hasen.
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird der Hase getroffen?
- 26) Zwei Werke sind zu 60% bzw. 40% an der Gesamtproduktion von Transistoren beteiligt. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Transistor 2000 Stunden betriebsfähig bleibt, ist für das erste Werk 0,8 und für das zweite 0,7.
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit bleibt ein der Produktion zufällig entnommener Transistor 2000 Stunden betriebsfähig?
- 27) In einer Bevölkerung sind 38% jünger als 25 Jahre, 42% zwischen 25 und 50 Jahre alt und 20% älter als 50 Jahre. Von der ersten Gruppe sind 32%, von der zweiten 74% berufstätig. Insgesamt sind 55% der Bevölkerung berufstätig.
- Wie viel Prozent von der dritten Gruppe sind berufstätig?
- 28) Bei der Schulaufnahme wurden alle neu aufgenommenen Schüler einem Eignungstest unterzogen.
- Am Ende der Schulzeit stellte man fest, dass 35% der Schüler den Abschluss der Schule nicht erreicht haben. 85% dieser Schüler hatten beim Eignungstest ein negatives Ergebnis. 2% derer, die den Schulabschluss erreichten, waren beim Eignungstest durchgefallen.
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit erreicht danach ein Schüler mit negativem Eignungstest das Schulziel nicht?
- 29) Max hat 3 Stammkneipen, die er gleich häufig besucht. Die Wahrscheinlichkeit, dass er dort seinen Freund Moritz trifft, ist in der ersten Kneipe 10%, in der zweiten 8% und in der dritten 6%. Eines Abends erzählt er seiner Frau, dass er Moritz getroffen habe.
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit war er in der zweiten Kneipe?
- 30) Unter den 15 Kugeln einer Urne befinden sich acht rote. Es wird eine Kugel ohne Zurücklegen gezogen, die Farbe wird festgestellt, aber nicht mitgeteilt.
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim zweiten Zug eine rote Kugel zu erhalten?

31) In einem Werk wurde durch langjährige Erhebungen festgestellt, dass nur 5% der Arbeitstage unfallfrei geblieben sind. An 10 % der AT geschahen ein, an 40% zwei, an 30% drei und an 15 % der AT vier Unfälle.

- Zeichnen Sie Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion, wenn die Zufallsvariable X die Anzahl der Unfälle / AT ist.
- Berechnen Sie Mittelwert und Varianz dieser Zufallsvariablen.

32) Gegeben sei folgende Dichtefunktion der stetigen Zufallsvariablen X :

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- Zeichnen Sie die Dichtefunktion.
- Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz.

33) Gegeben sei folgende Dichtefunktion:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2k} & \text{für } a-k \leq x \leq a+k \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- Zeichnen Sie die Dichtefunktion.
- Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz.

34) Gegeben ist eine stetige Zufallsvariable X . Die Funktion f mit

$$f(x) = \begin{cases} ax+2 & \text{für } -2 \leq x \leq -1 \\ -x+2 & \text{für } 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

soll die zugehörige Dichtefunktion sein.

- Berechnen Sie a so, dass f tatsächlich Dichtefunktion ist.

Nehmen Sie für die folgenden Aufgaben $a = 1$ an:

- Berechnen Sie die Verteilungsfunktion.
- Zeichnen Sie die Graphen von Dichte- und Verteilungsfunktion.

- d) Ermitteln Sie den Erwartungswert und die Varianz.
 e) Berechnen Sie folgende Wahrscheinlichkeiten:
 $W(X > 1,5)$, $W(-1,5 < X < 1,5)$, $W(X > 1,2)$ und $W(X > 1,5 \mid X > 1,2)$

- 35) Ein Bäcker stellt nach jahrelanger Erfahrung fest, dass sich sein Brotumsatz (in 100 kg/Tag) recht gut durch die stetige Zufallsvariable X mit der folgenden Funktion beschreiben lässt:

$$f(x) = \begin{cases} ax & \text{für } 0 \leq x < 2 \\ a(4-x) & \text{für } 2 \leq x < 4 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- a) Für welchen Wert von a wird die Funktion zu einer Dichtefunktion?

Nehmen Sie für die folgenden Aufgaben $a = 0,25$ an:

- b) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion.
 c) Berechnen Sie den Erwartungswert.
 d) Berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten:
 (1) $W(0 < X < 1,5)$ (2) $W(X < 2)$
 (3) $W(X = 2)$ (4) $W(1,5 < X < 2,5)$

- 36) Gegeben sei eine stetige Zufallsvariable mit folgender Dichtefunktion:

$$f(x) = \begin{cases} -3x^2 - 3x & \text{für } -1 < x \leq 0 \\ -3x^2 + 3x & \text{für } 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion $F(x)$ der Zufallsvariablen X .

- 37) Paul möchte sein Auto starten. Ihm ist bekannt, dass die Batterie mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,5 in Ordnung ist und dass die Zündkerzen jeweils mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,8 funktionieren. Er weiß, dass sein Auto genau dann anspringt, wenn die Batterie und mindestens drei der vier Zündkerzen funktionieren. Alle Ereignisse sind paarweise unabhängig.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sein Auto anspringt?

- 38) Der Student Fred hat in seinem von Tante Olga geerbten Kühlschranks acht Eier. Zwei Eier sind, ohne dass er weiß welche, faul. Für Rühreier greift er (zufällig) drei Eier.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Rühreier ungenießbar (d.h. mindestens ein faules Ei) sind?

- 39) Die Anzahl der wöchentlichen Hundebisse bei den Briefträgern einer Kleinstadt sei poissonverteilt mit $\mu = 3$.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Woche 6 Hundebisse zu beklagen sind?

- 40) Die Länge von Profildbrettern sei normalverteilt mit $\mu = 400$ cm und $\sigma = 5$ cm.

a) Wie groß ist der Ausschussanteil, wenn die minimale Länge der Bretter 390 cm betragen soll?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Brett nicht länger als 407,5 cm ist?

- 41) Bei einer Lieferung von Kugellagern sei deren Durchmesser normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 0,614$ cm und $\sigma = 0,007$ cm als Standardabweichung.

Wie viel Prozent Ausschuss sind zu erwarten wenn der Durchmesser der Kugellager mindestens 0,6 cm und höchstens 0,62 betragen soll?

- 42) Erfahrungsgemäß ist in einem Restaurant die Füllhöhe der Weingläser normalverteilt mit dem Mittelwert 0,26 l und $s = 0,02$ l.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Füllhöhe

a) mindestens 0,27 l

b) höchstens 0,25 l

c) zwischen 0,24 l und 0,26 l beträgt,

d) über 0,27 l ist, wenn sie über dem „Eichstrich“ (= 0,25 l) liegt.

- 43) Bei der Produktion eines Massenartikels sind erfahrungsgemäß 20 % aller gefertigten Erzeugnisse unbrauchbar. Es wird eine Stichprobe vom Umfang $n = 1000$ entnommen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich

a) höchstens 100

b) mehr als 150 schlechte Stücke in der Stichprobe befinden (Approximation durch die Normalverteilung!)

- 44) Bei einem Glücksspiel hat der Spieler die Gewinnchance $\frac{1}{2}$.
Ist es wahrscheinlicher, dass der Spieler drei von vier oder fünf von acht Partien gewinnt?
- 45) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei einem (nicht gezinkten) Roulette (37 Zahlen, davon 18 schwarz und 18 rot) fünfmal hintereinander eine schwarze Zahl auszuspielen?
- 46) In einem Posten von 50 Lebensmittelpackungen befinden sich 5 unvollständige Packungen.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Käufer, der
- 20 dieser Packungen kauft, genau 2 unvollständige erhält?
 - 5 dieser Packungen kauft, genau eine unvollständige Packung erhält
 - eine Packung kauft eine vollständige Packung erhält?
- 47) Bei der Produktion eines Massenartikels sind erfahrungsgemäß 20 % aller gefertigten Erzeugnisse unbrauchbar. Es wird eine Stichprobe vom Umfang $n = 1000$ entnommen.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich
- höchstens 175
 - mehr als 230 schlechte Stücke in der Stichprobe befinden.
(Approximation durch die Normalverteilung!)
- 48) In einer Sendung von 50 Bildröhren für Fernsehgeräte befinden sich 5 defekte Röhren. Es wird eine Stichprobe ohne Zurücklegen von 10 Bildröhren herausgegriffen und untersucht.
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich genau 2 defekte Röhren in der Stichprobe befinden?
 - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei Ziehen mit Zurücklegen?