

Zugelassene Hilfsmittel: Taschenrechner; Formelsammlung

Bearbeitungszeit: 60 Minuten

1.) Mittelwerte und Streumaße

30

Für eine deutsche Großstadt wurde die Anzahl der Geburten in Bezug auf das jeweilige Alter der Mutter im Kalenderjahr 2014 erfasst:

Dabei wurden folgende klassifizierte Häufigkeiten ermittelt:

Altersklasse	Zahl der Geburten	Kl.-breite	rel. H.	kum. rel. H	HD
[17 ; 23 [	80				
[23 ; 27 [	240				
[27 ; 35 [	360				
[35 ; 40 [	100				
[40 ; 50]	20				

- Ermitteln Sie das arithmetische Mittel.
- Berechnen Sie nun den Median, die beiden Quartile und skizzieren Sie den zugehörigen Boxplot.
- Bilden Sie das zugehörige Histogramm.
- Wie lauten modale Klasse und der Modalwert?

20

2.) Lorenzkurve und Gini-Koeffizient

Kuno Arm und Harry Knausrig sind Studenten im 2. Semester und möchten gemeinsam eine WG gründen. Die Mietpreise für entsprechende Wohnungen sind allerdings relativ unterschiedlich.

So haben sie sich nachfolgende kleine Übersicht aufgrund diverser Anzeigen zusammengestellt:

Miete (y)	Anzahl der angebotenen Wohnungen (x)
200	10
300	40
350	80
400	70
600	50

Zeichnen Sie die Lorenzkurve und bestimmen Sie den Ginikoeffizient.

3.) Preisindizes

20	
----	--

Student Klaus Page hat seinen Verbrauch und die Preise einiger Konsumgüter genau notiert. Folgende Tabelle kam hierbei heraus:

	2000		2005	
	Preis	Verbrauch	Preis	Verbrauch
Zigaretten	4,00	10	5,00	8
Pizza	5,00	8	6,50	6
Kino	8,00	5	12,00	2
Bier	0,70	15	0,90	12

- Berechnen Sie den Preisindex nach Laspeyres.
- Wie hoch ist die jährliche Inflationsquote während der Jahre 2000 bis 2005?
- Der Laspeyres-Preisindex des Jahres 2010 zur Basisperiode 2005 beträgt 1,62. Wie hoch wäre demzufolge der Preisindex bzw. die Preisentwicklung des Warenkorbes von 2000 bis 2010 zur Basisperiode 2000?

4.) Lineare Regression und Korrelation

14	
----	--

Für 10 Filialen der Handelskette Laldidl soll der Zusammenhang zwischen Umsatz und Verkaufsfläche untersucht werden. Folgendes Datenmaterial liegt zugrunde:

Umsatz (Mio. €)	6	8	19	22	31	42	48	52	54	61
Verkaufsfläche (m²)	250	280	490	570	690	1.100	1.500	1.800	1.900	2.500

- Bestimmen Sie die lineare Regressionsfunktion.
- Wie groß ist der Korrelationskoeffizient und welche Aussage lässt sich hieraus folgern?
- Wie groß sollte die Verkaufsfläche geplant werden, wenn eine 11. Filiale geplant wird, die mind. einen Umsatz von 100 Mio. € Umsatz erreichen soll?

5.) Normalverteilung

16	
----	--

In einer Pfälzer Fabrik werden fettarme Kartoffelchips hergestellt und in Tüten zum Verkauf abgefüllt. Das durchschnittliche Gewicht der Tüten soll nach Werksangaben bei 200 Gramm liegen. Es wird eine Standardabweichung von 5 Gramm zugelassen. Eine Tüte geht nur in den Verkauf, wenn diese Rahmendaten eingehalten werden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

- eine Tüte mindestens 210 Gramm wiegt?
- eine Tüte höchstens 200 Gramm wiegt?
- eine Tüte nicht in den Verkauf geht?

Lösungen:

① Mittelwerte & Streuung

a)

$$\bar{x} = \frac{1}{800} (20 \cdot 80 + 25 \cdot 240 + 31 \cdot 360 + 37,5 \cdot 100 + 45 \cdot 20)$$

$$\bar{x} = \frac{23.410}{800} \approx 29,2625$$

b) Klasse	n_i	ΔK	h_i	$\sum h_i$	HD _i
[17; 23[	80	6	0,1	0,1	$\frac{80}{6} = 13,3$
[23; 27[	240	4	0,3	0,4	$\frac{240}{4} = 60$
[27; 35[	360	8	0,45	0,85	$\frac{360}{8} = 45$
[35; 40]	100	5	0,125	0,975	$\frac{100}{5} = 20$
[40; 50]	20	10	0,025	1,0	$\frac{20}{10} = 2$
	<u>800</u>		<u>1</u>		

Median:

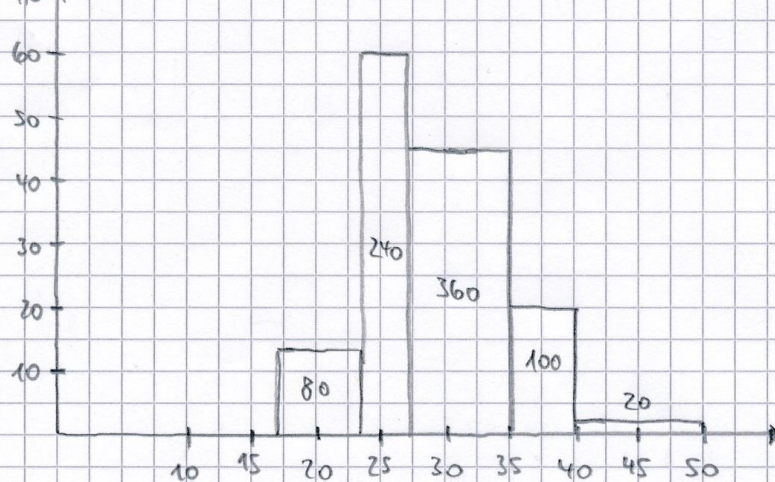
$$\bar{x}_M = 27 + \frac{8 \cdot (0,5 - 0,4)}{0,45} = 28,78$$

Quartile:

$$q_1 = 23 + \frac{4 \cdot (0,25 - 0,1)}{0,3} = 25$$

$$q_3 = 27 + \frac{8 \cdot (0,75 - 0,4)}{0,45} = 33,22$$

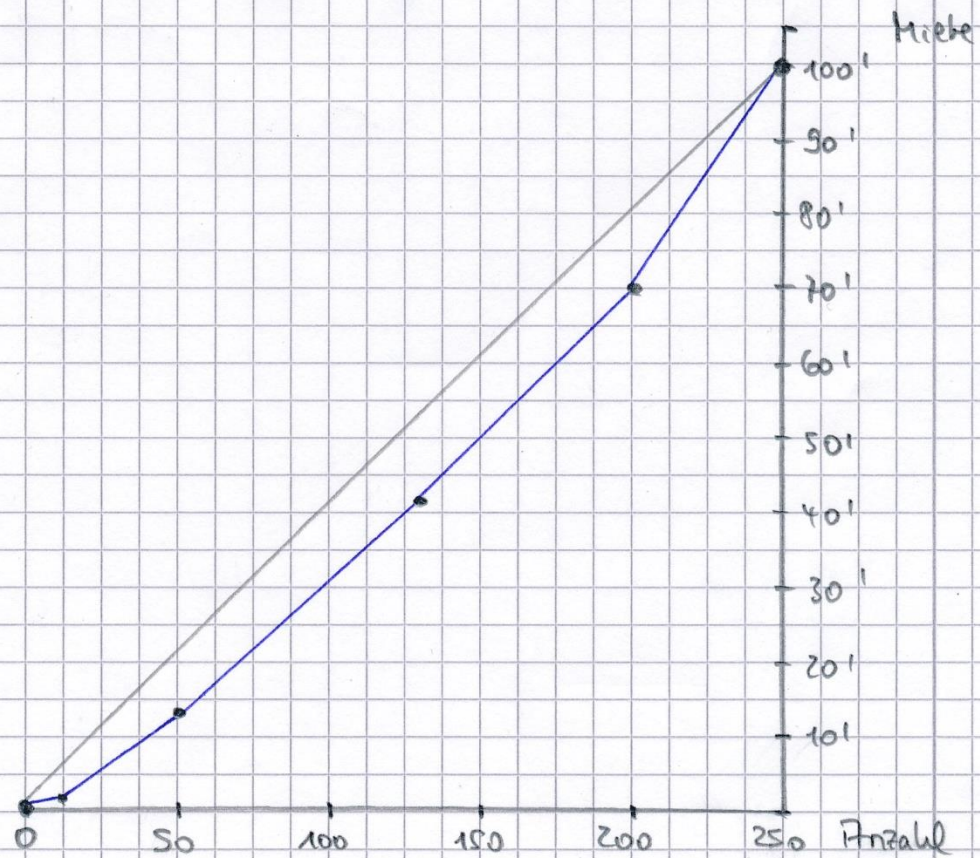
c) HDA



d) modale Klasse: [23; 27[$\sim \bar{x}_{Mod} = 25$

② Lorenzkurve & Gini-Koeffizient

kum x	10	50	130	200	250
kum y	2.000	14.000	42.000	70.000	100.000



Gini-Koeffizient:

$$KF_{\max} = \frac{1}{2} \cdot 250 \cdot 100.000 = 12.500.000$$

$$KF: \quad I \quad \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2000 = 10.000$$

$$II \quad 8000 \cdot 40 = 320.000$$

$$III \quad 28.000 \cdot 80 = 2.240.000$$

$$IV \quad 56.000 \cdot 70 = 3.920.000$$

$$V \quad 85.000 \cdot 50 = 4.250.000$$

$$10.740.000$$

$$GK = \frac{1.760.000}{12.500.000} = 0,1408$$

③

Teil 1:

$$a) L_p = \frac{10 \cdot 5 + 8 \cdot 6,5 + 5 \cdot 12 + 15 \cdot 0,9}{10 \cdot 4 + 8 \cdot 5 + 5 \cdot 8 + 15 \cdot 0,7} = \frac{175,5}{130,5} = 1,345$$

$$b) g = \sqrt[5]{1,345} \approx 1,0610 \rightarrow p = 6,1\%$$

$$c) 1,345 \cdot 1,62 = 2,1786$$

$\Rightarrow$ Veränderung um insgesamt 117,86 %

④ Lineare Regression & Korrelation

$$a) y = A + Bx$$

$$A = -185,1 \quad B = 37,7$$

$$y = -185 + 37,7x$$

$$b) r = 0,9608 \Rightarrow \text{sehr großer positiver Zusammenhang zwischen Umsatz und Verkaufsfläche}$$

$$c) f(100) = -185 + 37,7 \cdot 100$$

$$f(100) = 3.585 \text{ m}^2$$

⑤ Normalverteilung

$$a) P(X \geq 210) = 1 - P(X < 210) = 1 - \Phi(2) = 0,02275$$

$$z = \frac{210 - 200}{5}$$

$$z = 2$$

$$b) P(X \leq 200) = \Phi(0) = 0,5 \quad \Phi(2) = 0,97725$$

$$c) P(195 \leq X \leq 205) = 2 \cdot \Phi(1) - 1 = 0,68268$$

$$\Rightarrow P(\text{"Flusschuss"}) = 0,31732$$