

Hilfsmittel: Mathematische Formelsammlung und nicht progr. Taschenrechner
Bearbeitungszeit: 60 Minuten

1.) **Ökonomische Anwendungen zur Integralrechnung**

10	
----	--

Gegeben seien die Nachfragefunktion $p_{N;k}(x) = 12 - kx$,
die Angebotsfunktion $p_{A;k}(x) = kx^2 + 4k$ und die Gleichgewichts-
mengemenge bei $x = 4$.

Ermitteln Sie die Produzentenrente.

2.) **Wachstumsprozesse**

8	
---	--

In einer Bakterienpopulation werden 20 Individuen gezählt.
Am nächsten Tag sind es bereits 24 Bakterien. Aufgrund des
Platzbedarfes und des Nahrungsangebots wird die maximale
Anzahl an Bakterien auf 350 geschätzt.

$$f(t) = G - (G - a) \cdot e^{-\lambda t}$$

- a) Ermitteln Sie die Anzahl $f(t)$ der Bakterien nach t Tagen
gemäß obiger Funktionsvorgabe, wenn begrenztes Wachstum
angenommen werden kann.
- b) Nach wie vielen Tagen ist die Population auf 80 % ihres End-
bestandes gewachsen?

3.) **Extrema ohne Nebenbedingungen**

8	
---	--

Die Funktion $f(x, y)$ besitzt eine stationäre Stelle.

$$f(x, y) = 3x^2 + 3y^2 + 4x + 11y - xy + 7$$

Untersuchen Sie die Funktion auf ihre Extremwerteigenschaft und
berechnen Sie auch den zugehörigen Funktionswert.

4.) **Kurvenuntersuchung**

8

Gegeben ist die Funktion $f_k(x) = \frac{x+k}{e^x}$

Bestimmen Sie den **Extremwert** und die **Ortskurve** der Extrema;

Anmerkung: Es genügt die Verwendung der notwendigen Bedingung

Von den folgenden beiden Aufgaben 5 und 6 ist nur eine zu lösen: Wählen Sie Aufgabe 5 oder Aufgabe 6 und lösen sie Ihre gewählte Aufgabe komplett!

5.) **Optimum mit Nebenbedingungen**

16

Teil I:

Bestimmen Sie das Maximum der Funktion $f(x, y) = 24x - x^2 + 16y - 2y^2$
unter der Nebenbedingung $44 = x^2 + 2y^2$.

Berechnen Sie auch den Funktionswert.

Teil II:

Gegeben sei die Produktionsfunktion $q(x, y) = 4x^{0,25}y^{0,75}$

Eine Mengeneinheit von Faktor x kostet 10 €, eine Mengeneinheit von Faktor y kostet 18 €. Das Budget beträgt insgesamt 6.400,00 €.

Bestimmen Sie das optimale Produktionsergebnis $q_{\max}$.

6.) **Matrizen, Determinanten und LGS**

16

Gegeben ist die Matrix A_t

$$A_t = \begin{pmatrix} 1 & t & 0 \\ -2 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & t \end{pmatrix}$$

a) Zeigen Sie, dass die Matrix A_t immer regulär ist.

b) Für welchen Wert von t gilt: $(A_t)^3 = E$ [$E = \text{Einheitsmatrix}$]

c) Lösen Sie das LGS:

$$A_t \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 6t \\ -t-8 \\ 4-3t^2 \end{pmatrix}$$