11. Jgst.	3. Test	Datum: 15.11.2023
Klasse: GY 23a	Fach: Mathematik (Kernfach)	

Thema: Horner-Schema; Koeffizientendarstellung; Nullstellenberechnung

Name:	
Punkte:	Note:

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

1.) Ganzrationale Funktionen - Koeffizienten | 15 | |

a) Eine ganzrationale Funktion sei durch folgende Koeffizienten gegeben:

$a_7 = -4$ $\quad$ $a_5 = 3$ $\quad$ $a_4 = a_3 = -2$ $\quad$ $0{,}5a_2 = a_1 = a_0 = 8$

Erstellen Sie die Funktionsvorschrift **und** geben Sie den Grad der Funktion an.

Lösung:
$$f(x) = -4x^7 + 3x^5 - 2x^4 - 2x^3 + 16x^2 + 8x + 8$$
$$Grad: \quad n = 7$$

b) Welchen Grad und welchen Wert von a_0 hat folgende Funktion:
$$f(x) = x^6\left(2x^2 - 3\right)$$

Lösung:
$$Grad: \quad n = 8 \quad wegen \quad x^6 \cdot x^2 = x^{6+2} = x^8 \quad und \quad a_0 = 0$$

c) Welche Koeffizienten und welcher Grad liegen bei diesen Funktionen vor?
$$f(x) = 2x^5 - 8x^4 - 7x^2 + 3$$

Lösung:
$$Grad: \quad n = 5 \quad und \quad a_5 = 2 \quad a_4 = -8 \quad a_2 = -7 \quad a_0 = 3$$

2.) Nullstellen bei ganzrationalen Funktionen | 22 | |

(i) Bestimmen Sie die Nullstellen folgender Funktionen:

a) $g(x) = 3x^2 - 75$

Lösung:
$$0 = 3x^2 - 75 \xrightarrow[:3]{+75} x^2 = 25 \xrightarrow{\sqrt{\ }} x_{1/2} = \pm 5$$

b) $g(x) = \frac{1}{2}x^3 + 4$

Lösung:
$$0 = \frac{1}{2}x^3 + 4 \xrightarrow[\cdot 2]{-4} x^3 = -8 \xrightarrow{\sqrt[3]{\ }} x = -2$$

c) $g(x) = x^4 - 6x^3$

Lösung:
$$0 = x^4 - 6x^3 \xrightarrow{Ausklammern} 0 = (x-6)x^3 \xrightarrow[Nullprodukt]{Satz\ vom} x = 0\left[dreifach\right] \quad und \quad x = 6$$

d) $g(x) = x^4 - 7x^3 + 6x^2$

Lösung:

$$0 = x^4 - 7x^3 + 6x^2 \xrightarrow{\text{Ausklammern}} 0 = \left(x^2 - 7x + 6\right)x^2 \xrightarrow[\text{"Quadratische Lösungsformel"}]{\text{Satz vom Nullprodukt}}$$

$$x = 0\left[doppelt\right] \quad und \quad x_{2/3} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{7 \pm 5}{2} \rightarrow x_2 = 6 \quad und \quad x_3 = 1$$

(ii) Erklären Sie anhand der Gleichung den Satz vom Nullprodukt.

$$(x-3)(x+4)(2x-4) = 0$$

Lösung: Bei einem Nullprodukt muss mind. einer der Faktoren den Wert Null annehmen.

Hier: x = 3 oder x = -4 oder x = 2

3.) Horner-Schema

10	

a) Bestimmen Sie den Funktionswert der Funktion

$g(x) = 2x^3 + 5x^2 - 8x - 3$ an der Stelle x = -3 mit dem Horner-Schema.

Wert Koeffizient	**2**	**5**	**-8**	**-3**
x = -3		**-6**	**3**	**15**
Ergebnis	**2**	**-1**	**-5**	**12**

b) Bestimmen Sie den Funktionswert der Funktion

$g(x) = -x^3 + 2x - 4$ an der Stelle x = 2 mit dem Horner-Schema.

Wert Koeffizient	**-1**	**0**	**2**	**-4**
x = 2		**-2**	**-4**	**-4**
Ergebnis	**-1**	**-2**	**-2**	**-8**

4.) **Quadratische Gleichungen und die Lösungsformel**

13	

a) Geben Sie die Werte von a, b und c an, wenn man die gegebene Gleichung in der Form $ax^2+bx+c=0$ schreibt.

	Gleichung		a	b	c	
a)	$2x^2-2x+3=0$		2	-2	3	
b)	$-6x+3x^2+4=0$		3	-6	4	$3x^2-6x+4=0$
c)	$-2x+7x^2-3=4x-6$		7	-6	3	$7x^2-6x+3=0$

b) Gegeben ist die Gleichung $2x^2+6x-5=0$
Welche Antwort ist richtig?
Kreuzen Sie die korrekte Lösung an **und**
erklären Sie bei den drei falschen Lösungen, worin der Fehler liegt.

A: $x_{1,2}=\frac{-6\pm\sqrt{-36+40}}{4}$ B: $x_{1,2}=\frac{6\pm\sqrt{36+40}}{2}$

C: $x_{1,2}=\frac{6\pm\sqrt{36-40}}{4}$ D: $x_{1,2}=\frac{-6\pm\sqrt{36+40}}{4}$

Lösung D ist korrekt.

A: Quadrieren von (-6) nicht in der Klammer durchgeführt.

B: -b nicht berücksichtigt => -6

C: -b nicht berücksichtigt => -6 und bei 4*a*c wurde nicht 5 anstelle von (-5) verwendet.

Zusatzaufgabe:

6	

Das Produkt zweier aufeinander folgender natürlicher Zahlen ist um 11 größer als ihre Summe.
Wie heißen die Zahlen?

Lösung: **Ansatz:**

$$n\cdot(n+1)=n+(n+1)+11 \;\rightarrow\; n^2+n=2n+12 \;\rightarrow\; n^2-n-12=0$$

$$\xrightarrow[\text{quadratische Gleichugnen}]{\text{Lösungsformel}} n_{1/2}=\frac{1\pm\sqrt{1+48}}{2}=\frac{1\pm7}{2} \;\rightarrow\; n_1=4\,[\text{Lösung}] \quad \text{und} \quad n_2=-3\notin N$$

$$\text{und Zahl } 2: \quad n+1=5$$