11. Jgst.	1. Klassenarbeit	Datum: 21.11.2023
Klasse: GY 23a	Fach: Mathematik (Kernfach)	

Thema: Zahlenmengen, Ganzrat. Funktionen, Gleichungen, Intervalle

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

Name:	
Punkte:	Note:

1.) Zahlenmengen: Zu welcher kleinstmöglichen Zahlenmenge gehören diese Zahlen? | 4 | |

a) $\sqrt{\frac{5}{20}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$

b) $\sqrt{100} = 10 \in \mathbb{N}$

c) $\frac{\pi}{3} \in \mathbb{R}$

d) $\sqrt[3]{-27} = -3 \in \mathbb{Z}$

2.) Stellen Sie folgende Mengen als Intervall dar | 6 | |

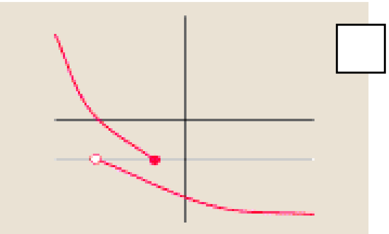
a) $A = \{x \in \Re \mid x < 4\} =]-\infty; 4[$

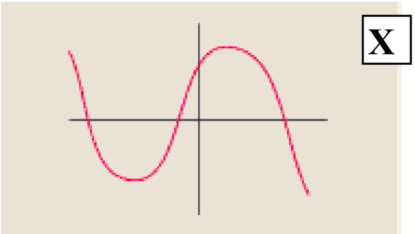
b) $C = \{x \in \Re \mid -8 \leq x < 5\} = [-8; 5[$

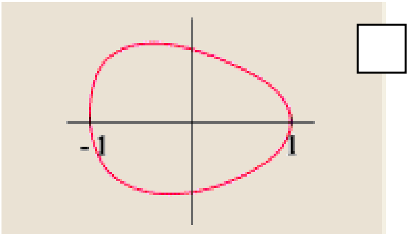
c) $F = \{x \in \Re \mid x \geq 10\} = [10; \infty[$

3.) Funktion: Ja oder Nein: | 3 | |

Welche der Schaubilder **stellen Funktionen dar**? Kreuzen Sie diese an!







4.) Abstand und Mittelpunkt | 14 | |

Ermitteln Sie den **Abstand und den Mittelpunkt** zwischen den beiden gegebenen Punkten:

Abstandsberechnung: $e = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

a) P(-5 / 8) und Q(7 / 3) **b) P(1 / 1) und Q(5 / 4)**

$$e = \sqrt{(-5-7)^2 + (8-3)^2} = \sqrt{144+25} = \sqrt{169} = 13$$

$$x_m = \frac{1}{2}(-5+7) = 1 \qquad y_m = \frac{1}{2}(8+3) = 5{,}5 \qquad M(1 \mid 5{,}5)$$

b) P(1 / 1) und Q(5 / 4)

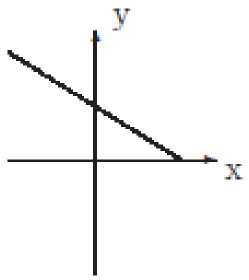
$$e=\sqrt{(1-5)^2+(1-4)^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$$

$$x_m=\frac{1}{2}(1+5)=3 \qquad y_m=\frac{1}{2}(1+4)=2{,}5 \qquad M(3\mid 2{,}5)$$

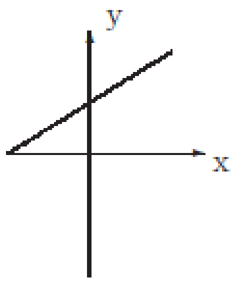
6	

5.) Funktionen erkennen

Kreuzen Sie an, welche Funktion jeweils abgebildet ist und begründen Sie Ihre Entscheidung!



- ☐ $f(x)=x+5$
- X $f(x)=-x+5$
- ☐ $f(x)=x-5$
- ☐ $f(x)=-x-5$



- X $f(x)=x+5$
- ☐ $f(x)=-x+5$
- ☐ $f(x)=x-5$
- ☐ $f(x)=-x-5$

Begründung: b > 0 und m < 0

Begründung: b > 0 und m > 0

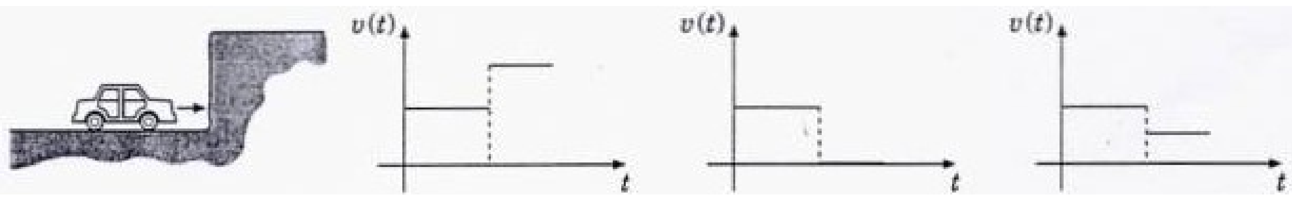
4	

6.) Funktionen und Situationen

In der folgenden Aufgabe ist im Bild eine bestimmte Situation dargestellt.
Daneben sind einige Funktionsgraphen gezeichnet.

Welcher Graph beschreibt die jeweilige Situation am besten. **Bitte mit Begründung!**

Das Auto fährt in die angegebene Richtung. Der Funktionswert v(t) gibt die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t an.



Das 2. Schaubild ist korrekt.
Aufgrund der gleichbleibenden Geschwindigkeit wird eine gleichförmige Bewegung und damit konstante Funktion erreicht => an der Wand geht die Geschwindigkeit auf 0 zurück.

7.) Geraden komplett:

40

a) Geben Sie 2 Punkte an, die auf der Geraden **f(x) = 3x – 4** liegen.

Lösung: ***P(0/-4) und Q(1/-1)***

b) Geben Sie eine zu f(x) echt parallele Gerade an. Mit Begründung!

Lösung: $k(x) = 3x + b \quad mit \quad b \neq -4$

c) Berechnen Sie den Schnittpunkt zwischen f(x) und **g(x) = - 3x+6** .

Lösung:

$$f(x) = g(x) \rightarrow 3x - 4 = -3x + 6$$

$$\rightarrow 6x = 10 \rightarrow x = \frac{5}{3} \rightarrow y = 3 \cdot \frac{5}{3} - 4 = 1 \rightarrow S\left(\frac{5}{3} \,\middle|\, 1\right)$$

d) Wie groß ist der **Flächeninhalt**, welche die Gerade g(x) mit den Koordinatenachsen einschließt?

Lösung:

$$g(x) = -3x + 6 \rightarrow g(0) = 6 \rightarrow g(x) = 0 \rightarrow x = 2$$

$$\rightarrow A_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h \rightarrow A_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 = 6$$

e) Geben Sie nun die Funktionsvorschriften der Geraden an, die folgende Eigenschaften besitzen:

(i) Steigung **m = 2** und Ordinatenabschnitt **b = -3**

(ii) Steigung **m = 5** und verläuft durch den Punkt **P(4 / 3)**

(iii) verläuft parallel zu **8x – 4 y = 16** durch den Punkt **Q(-1 / 1)**

(iv) hat den Ordinatenabschnitt **b = 3** und geht durch den Punkt **R(-4 / 8)**

Lösung:

$$f_1(x) = 2x - 3 \qquad f_2(x) = 5x - 17 \qquad f_3(x) = 2x + 3 \qquad f_4(x) = -\frac{5}{4}x + 3$$

f) Vom Punkt **T(0 / 10)** verläuft eine Gerade im I. Quadranten.
Wo liegt der Schnittpunkt mit der x-Achse und wie lautet die Steigung der Geraden, wenn der Flächeninhalt der Geraden mit den Koordinatenachsen 20 FE betragen soll?

Lösung:

$$f(0) = 10 \rightarrow f(x) = 0 \rightarrow x = ?$$

$$\rightarrow A_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h \rightarrow A_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot 10 = 20 \rightarrow x = 4 \rightarrow m = -\frac{5}{2} = -2{,}5$$

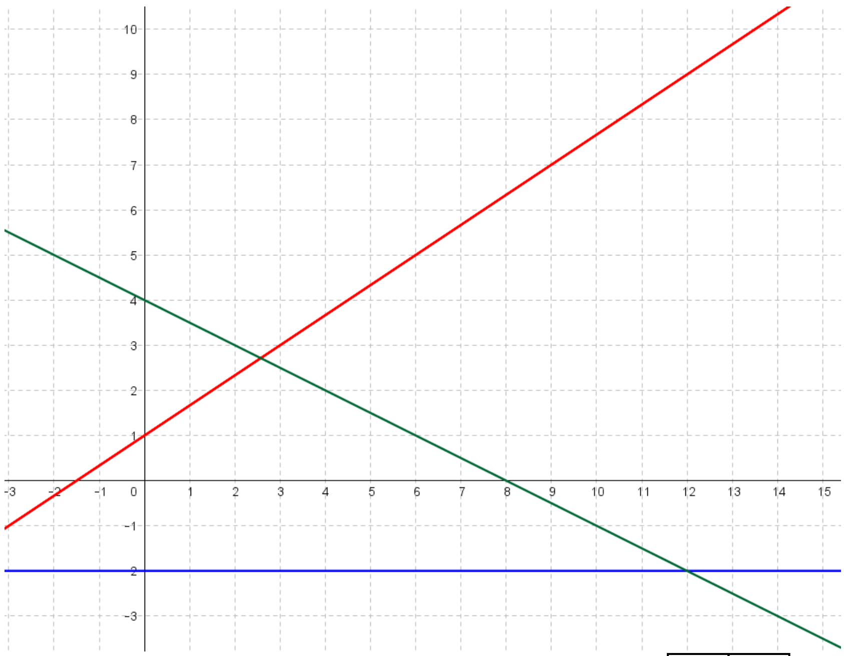
8.) **Zeichnen linearer Funktionen** | 6 | |

Zeichnen Sie die drei Geraden in ein Koordinatensystem:

a) $f(x) = \frac{2}{3}x + 1$

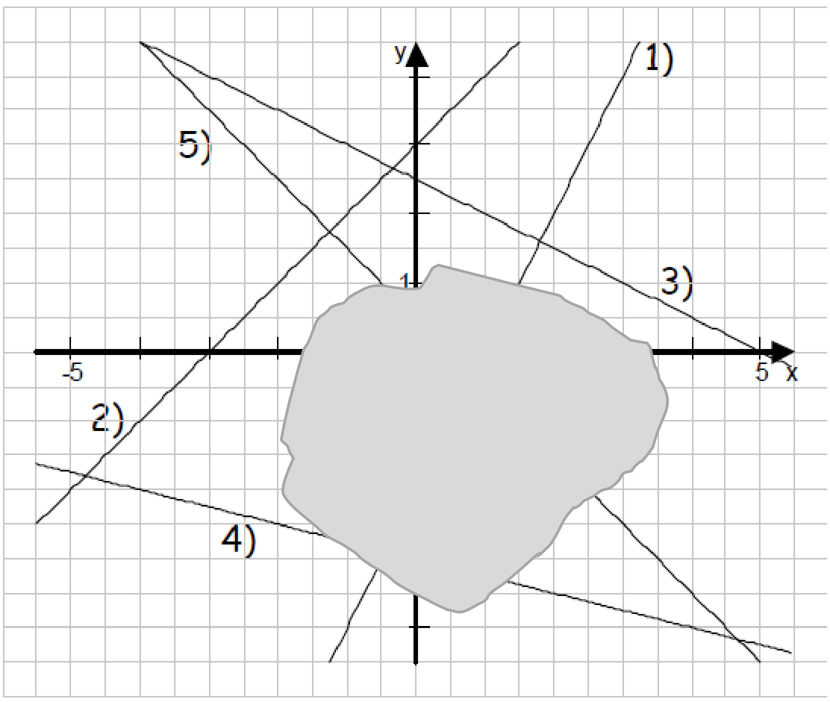
b) $g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

c) $k(x) = -2$



9.) **Funktionsvorschriften bestimmen** | 10 | |

Oh je, da ist mir die Zeichnung leider durch einen großen Kaffeefleck etwas beschädigt worden. Bestimmen Sie dennoch die Funktionsvorschriften der abgebildeten Graphen.



Lösung: Geradengleichungen

1.) $f_1(x) = 2x - 2$ 2.) $f_2(x) = x + 3$ 3.) $f_3(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

4.) $f_4(x) = -\frac{1}{4}x - 3$ 5.) $f_5(x) = -x + \frac{1}{2}$

	10	

10.) Horner-Schema

a) Bestimmen Sie den Funktionswert der Funktion

$g(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 6$ an der Stelle x = -4 mit dem Horner-Schema.

Wert Koeffizient	1	- 4	5	-6
x = - 4		- 4	32	- 148
Ergebnis	1	- 8	37	- 154

b) Bestimmen Sie den Funktionswert der Funktion

$g(x) = -x^4 + 5x^3 - 10$ an der Stelle x = 5 mit dem Horner-Schema.

Wert Koeffizient	- 1	5	0	0	- 10
x = 5		- 5	0	0	0
Ergebnis	- 1	0	0	0	- 10

	16	

11.) Ganzrationale Funktionen

Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktionen mit geeigneten Verfahren Ihrer Wahl:

a) $f(x) = -2x^3 - x^2 + x$

Lösung:

$$\left(-2x^2 - x + 1\right)x = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = 0 \quad und \quad x_{2/3} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{-4} = \frac{1 \pm 3}{-4} \quad \rightarrow \quad x_2 = -1 \quad \rightarrow \quad x_3 = \frac{1}{2}$$

b) $f(x) = 4x^3 - 8x^2$

Lösung: $(4x - 8)x^2 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = 0\,[doppelt] \quad und \quad x_2 = 2$

c) $f(x) = x^{12} + x^{11} - 12x^{10}$

Lösung:

$$\left(x^2 + x - 12\right)x^{10} = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = 0\,[zehnfach] \quad und \quad x_{9/10} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} \quad \rightarrow \quad x_9 = 3 \quad \rightarrow \quad x_{10} = -4$$

d) $f(x) = 2x^4 - 32$

Lösung:

$$2x^4 - 32 = 0 \quad \rightarrow \quad 2x^4 = 32 \quad \rightarrow \quad x^4 = 16 \quad \rightarrow \quad x_1 = 2 \quad und \quad x_2 = -2$$

7	

12.) Arbeiten mit der Diskriminante

Die Diskriminante (Teil unter der Wurzel der abc-Formel) ist leider nur zum Teil gegeben:

$$D \quad = \quad 64 - 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot k$$

Für welchen Wert von k hat die zugehörige quadratische Gleichung
genau eine Lösung?
Geben Sie zudem die möglich quadratische Gleichung an.

Lösung:

$$D \quad = \quad 64 - 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot k \quad = \quad 0 \quad \rightarrow \quad 64 - 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot k \quad = \quad 0 \quad \rightarrow \quad 64 \quad = \quad \frac{8}{3} \cdot k \quad \rightarrow \quad k = 24$$

$$Quadratische\ Gleichung: \quad \frac{2}{3} x^2 + 8x + k = 0$$

12	

13.) Lösungen ohne Formel!!!

Bestimmen Sie die Lösungen ohne Lösungsformel 😉

a) $(x+2) \cdot (x-3) = 0$ ***Lösung:*** $(x+2) \cdot (x-3) = 0 \quad \rightarrow \quad x = -2 \quad und \quad x = 3$

b) $(x-3)x = 0$ ***Lösung:*** $(x+3) \cdot x = 0 \quad \rightarrow \quad x = -3 \quad und \quad x = 0$

c) $(x+1)^2 = 0$ ***Lösung:*** $(x+1) \cdot (x+1) = 0 \quad \rightarrow \quad x = -1 \, [doppelt]$

d) $\frac{3}{19} \cdot (z^2 - 81) = 0$ ***Lösung:*** $\frac{3}{19} \cdot (z^2 - 81) = 0 \quad \rightarrow \quad z = 9 \quad und \quad z = -9$

6	

<u>Zusatzaufgabe:</u>

Bestimmen Sie die Zahlenwerte für die Smylies, damit die Gleichungen stimmen.

😛 + 😥 = 19   😛 × 😥 = 60   😥 – 😛 = 11

Lösung: Lachender Smiley: 4   Trauriger Smiley: 15