

**Thema: Gebrochen-rationale Funktionen
(Untersuchung & Graphen)**

Name:

Punkte:

Note:

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

1.) Gebrochen-rationale Funktion 1

Gegeben ist die Funktionsvorschrift

$$f(x) = \frac{2x^3 + 16}{(x-4)^2(x-3)}$$

Bearbeiten Sie folgende Fragestellungen:

- | | |
|--|---------------------------------|
| a) Zähler- und Nennernullstellen | d) Definitionsmenge |
| b) Nullstellen und Polstellen der Funktion | e) Schnittpunkt mit der y-Achse |
| c) Asymptote | |

2.) Gebrochen-rationale Funktion 2

Nach einer Untersuchung einer gebrochen-rationale Funktion sind folgende Ergebnisse herausgekommen:

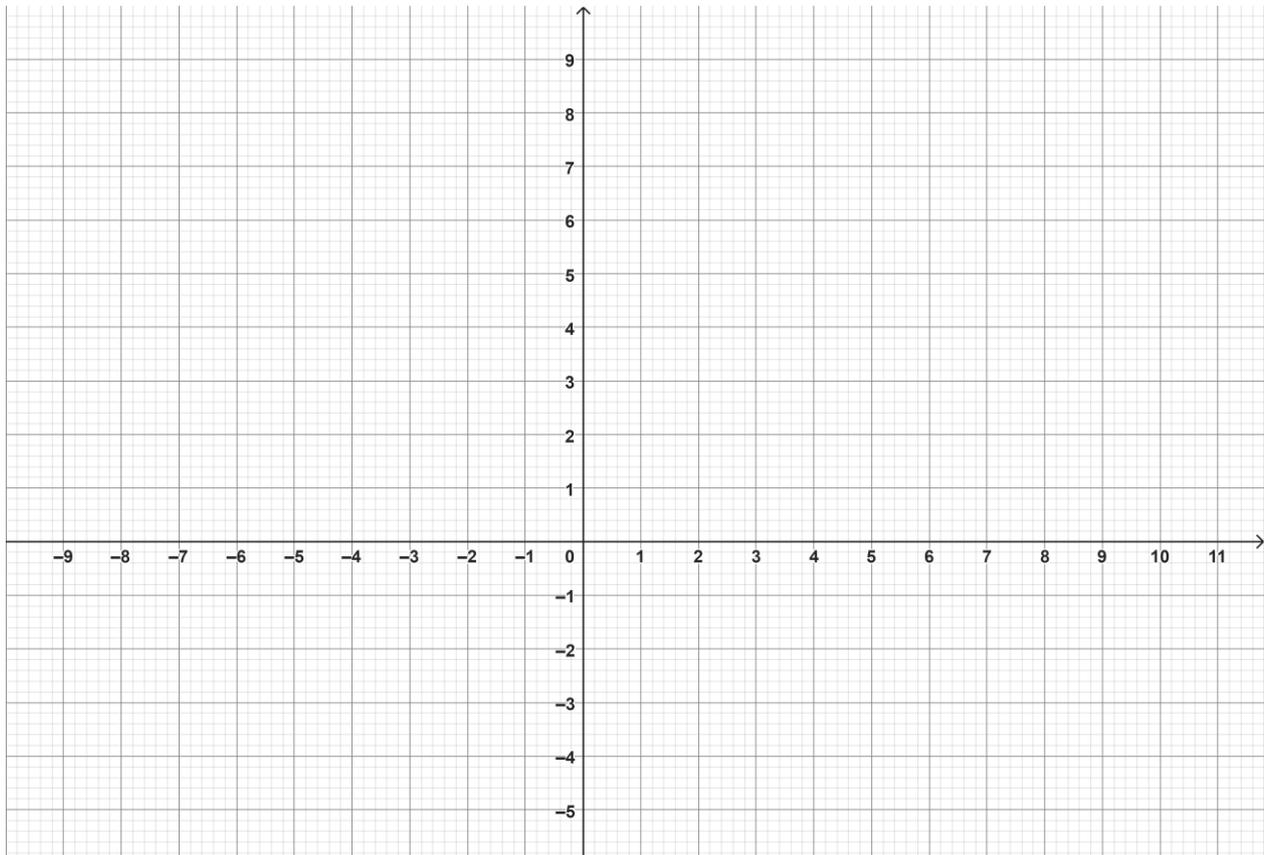
Asymptote: $a(x) = 2$

Nullstellen: $x = -1$ (einfach) und $x = 6$ (doppelt) $S_y(0 / -2,25)$

Polstelle mit VZW bei $x = 2$

Polstelle ohne VZW bei $x = -4$

Skizzieren Sie den Graphen der Funktion, die Polstellen und die Asymptote.

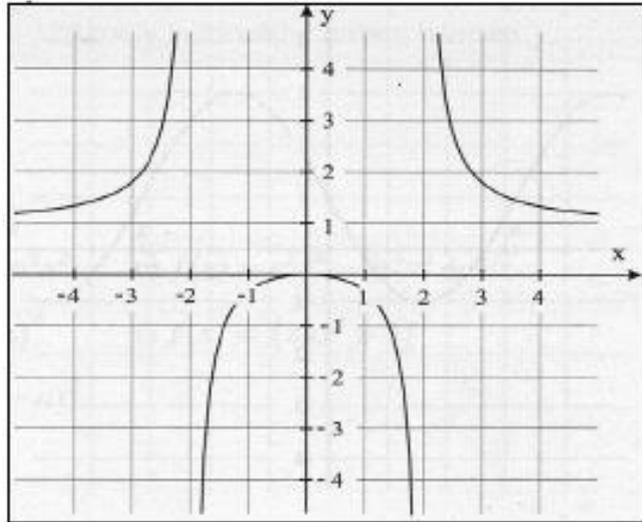


3.) Gebrochen-rationale Funktion 3

Gegeben sei der Graph einer gebrochen-rationale Funktion.

Bestimmen Sie die Eigenschaften anhand des Graphen und erstellen Sie die zugehörige Funktionsvorschrift.

- Asymptote
- Nullstellen
- Polstellen der Funktion
- Schnittpunkt mit der y-Achse
- Funktionsvorschrift:



4.) Asymptoten bestimmen

Geben Sie die Asymptoten der Funktionen an (bitte mit Begründung!):

a) $f(x) = \frac{x^3 + 4x}{x^2 - 3}$

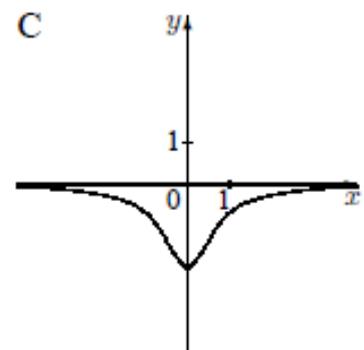
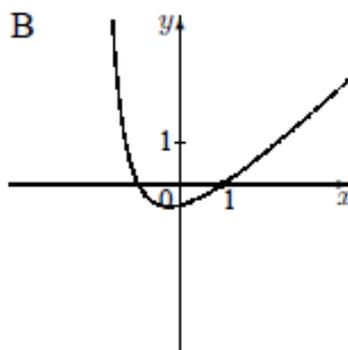
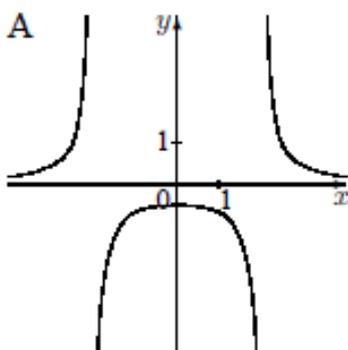
b) $f(x) = \frac{x + 4x}{x^2 - 3}$

c) $f(x) = \frac{5x^2 + 4x}{2x^2 - 3}$

5.) Zuordnung

Ordnen Sie den Funktionstermen die folgenden Graphen zu – bitte mit Begründung!

$$f(x) = -\frac{4}{4x^2 + 2}, \quad g(x) = \frac{2}{x^2 - 4} \quad \text{und} \quad h(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$$



6.) Definitionsbereich bestimmen

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich der drei Funktionen:

$$(a) f(x) = \frac{1}{x(x-5)} \quad (b) f(x) = \frac{7x-3}{8x-5} \quad (c) f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2} + 7x$$

7.) Funktionsvorschrift einer gebrochen-rationalen Funktion

Erstellen Sie aus den gegebenen Eigenschaften die **Funktionsvorschrift** der gesuchten Funktion:

Das Schaubild einer gebrochen-rationalen Funktion hat eine Polstelle mit VZW bei $x = 7$, eine Gerade mit der Gleichung $y = 3$ ist die waagrechte Asymptote und der Punkt $P(8/6)$ liegt auf der Kurve.

8.) Beschreibung einer gebrochen-rationalen Funktion

Geben Sie die Beschreibung der Eigenschaften einer gebrochen-rationalen Funktion exakt an, damit die folgende Funktionsvorschrift eindeutig erstellt werden kann.

$$f(x) = \frac{7(x-2)(x-3)^2}{2(x+2)^2(x+4)}$$

Zusatzaufgabe: **Polynomdivision**

Führen Sie eine Polynomdivision durch:

a) $(2x^3 - 4x^2 + 3x - 10) : (x - 2)$

b) $(4x^{3n+1} - 8x^{2n+1} + 3x^n - 10) : (x^n - 2)$