

**Thema: Gebrochen-rationale Funktionen  
(Untersuchung & Graphen)**

Name:

Punkte:

Note:

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

**1.) Gebrochen-rationale Funktion 1**

14

Gegeben ist die Funktionsvorschrift

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{(x-3)(x+4)}$$

Bearbeiten Sie folgende Fragestellungen:

- |  |                                 |
|--|---------------------------------|
| a) Zähler- und Nennernullstellen           | d) Definitionsmenge             |
| b) Nullstellen und Polstellen der Funktion | e) Schnittpunkt mit der y-Achse |
| c) Asymptote                               |                                 |

**2.) Gebrochen-rationale Funktion 2**

8

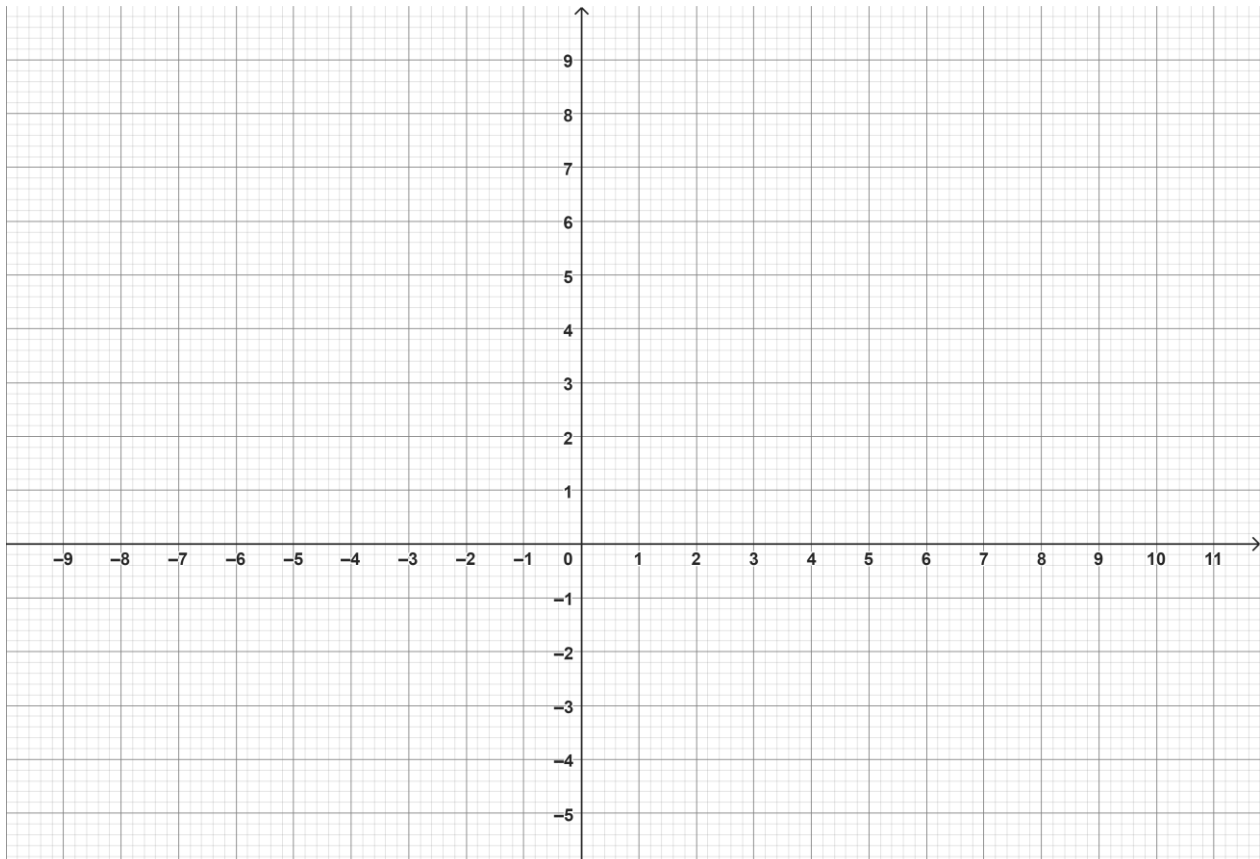
Nach einer Untersuchung einer gebrochen-rationale Funktion sind folgende Ergebnisse herausgekommen:

**Asymptote:**  $a(x) = 2$

**Nullstellen:**  $x = -1$  (doppelt) und  $x = 1$  (einfach)  $S_y(0 / -0,125)$

**Polstelle mit VZW bei  $x = -4$**       **Polstelle ohne VZW bei  $x = 2$**

Skizzieren Sie den Graphen der Funktion, die Polstellen und die Asymptote.

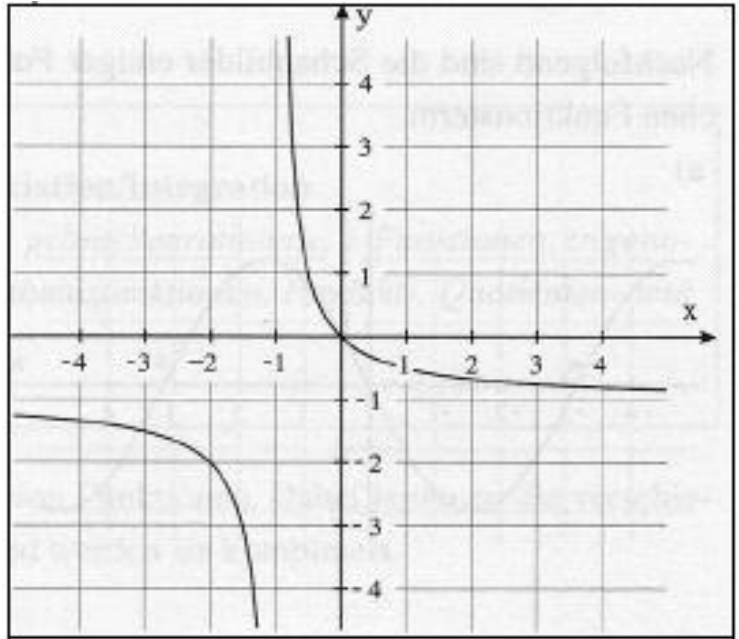


**3.) Gebrochen-rationale Funktion 3**

Gegeben sei der Graph einer gebrochen-rationale Funktion.

Bestimmen Sie die Eigenschaften anhand des Graphen und erstellen Sie die zugehörige Funktionsvorschrift.

- a) Asymptote
- b) Nullstellen
- c) Polstellen der Funktion
- d) Schnittpunkt mit der y-Achse
- e) Funktionsvorschrift:



**4.) Asymptoten bestimmen**

Geben Sie die Asymptoten der Funktionen an (bitte mit Begründung!):

(a)  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^3 + 8x}$

(b)  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 8x}$

(c)  $f(x) = \frac{x^3 + 8x}{x^2 - 4}$

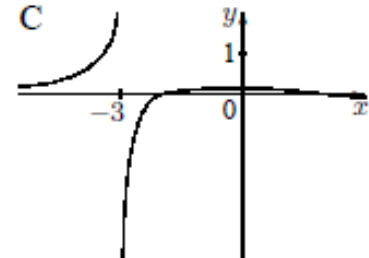
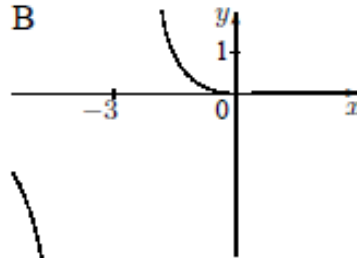
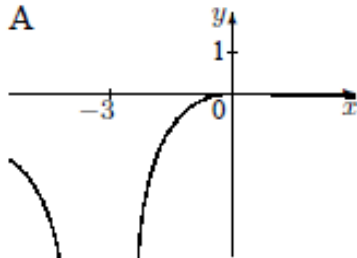
5.) Zuordnung

9	
---	--

Ordnen Sie den Graphen die Funktionsvorschriften zu – bitte mit Begründung!

(a)  $f_1(x) = \frac{-x^2}{3x^2 + 18x + 27}$       (b)  $f_2(x) = \frac{x^2}{(x+3)^3}$       (c)  $f_3(x) = \frac{4-x^2}{x^3+27}$

Ordnen Sie die folgenden Graphen diesen drei Funktionstermen zu:



6.) Definitionsbereich bestimmen

9	
---	--

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich der drei Funktionen:

(a)  $f(x) = \frac{1}{x(x-5)}$       (b)  $f(x) = \frac{7x-3}{8x-5}$       (c)  $f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2} + 7x$

7.) **Funktionsvorschrift einer gebrochen-rationalen Funktion**

6	
---	--

Erstellen Sie aus den gegebenen Eigenschaften die **Funktionsvorschrift** der gesuchten Funktion:

**Das Schaubild einer gebrochen-rationalen Funktion hat eine Polstelle mit VZW bei  $x = 1$ , eine Gerade mit der Gleichung  $y = 4$  ist die waagrechte Asymptote und der Punkt  $P(2/6)$  liegt auf der Kurve.**

8.) **Beschreibung einer gebrochen-rationalen Funktion**

7	
---	--

Geben Sie die Beschreibung der Eigenschaften einer gebrochen-rationalen Funktion exakt an, damit die folgende Funktionsvorschrift eindeutig erstellt werden kann.

$$f(x) = \frac{2(x-2)^2(x-3)}{3(x+2)(x+4)^2}$$

Zusatzaufgabe: **Polynomdivision**

6	
---	--

Führen Sie eine Polynomdivision durch:

a)  $(2x^3 - 4x^2 + 3x - 10) : (x - 2)$

b)  $(4x^{3n+1} - 8x^{2n+1} + 3x^n - 10) : (x^n - 2)$