

**Thema: Gebrochen-rationale Funktionen
(Untersuchung & Graphen)**

Name:

Punkte:

Note:

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

Aufgabe 1 Untersuchung einer gebr.-rat. Funktion

14

Gegeben ist die Funktionsvorschrift: $f(x) = \frac{2x-4}{x+3}$

Bestimmen Sie die folgende Werte:

- | | |
|--|---------------------------------|
| a) Zähler- und Nennernullstellen | d) Definitionsmenge |
| b) Nullstellen und Polstellen der Funktion | e) Schnittpunkt mit der y-Achse |
| c) Asymptote | |

Aufgabe 2 Untersuchung einer gebr.-rat. Funktion

18

Gegeben ist die Funktionsvorschrift: $f(x) = \frac{2x^2-4x+2}{x^2+4x+3}$

Bestimmen Sie die folgende Werte:

- | | |
|--|---------------------------------|
| a) Zähler- und Nennernullstellen | d) Definitionsmenge |
| b) Nullstellen und Polstellen der Funktion | e) Schnittpunkt mit der y-Achse |
| c) Asymptote | |

Aufgabe 3 Funktionsvorschrift einer gebrochen-rationale Funktion

8

Erstellen Sie aus den gegebenen Eigenschaften die **Funktionsvorschrift** der gesuchten Funktion:

Das Schaubild einer gebrochen-rationale Funktion hat eine Polstelle mit VZW bei $x = 5$, eine Gerade mit der Gleichung $y = 2$ ist die waagrechte Asymptote und der Punkt $P(6/12)$ liegt auf der Kurve.

Aufgabe 4 Beschreibung einer gebrochen-rationale Funktion

8

Geben Sie die Beschreibung der Eigenschaften einer gebrochen-rationale Funktion exakt an, damit die folgende Funktionsvorschrift eindeutig erstellt werden kann.

$$f(x) = \frac{6(x-1)^3(x+3)}{3(x+3)(x+2)^2(x-4)} \rightarrow f^*(x) = \frac{2(x-1)^3}{(x+2)^2(x-4)}$$

Aufgabe 5 Zeichnen der Funktion

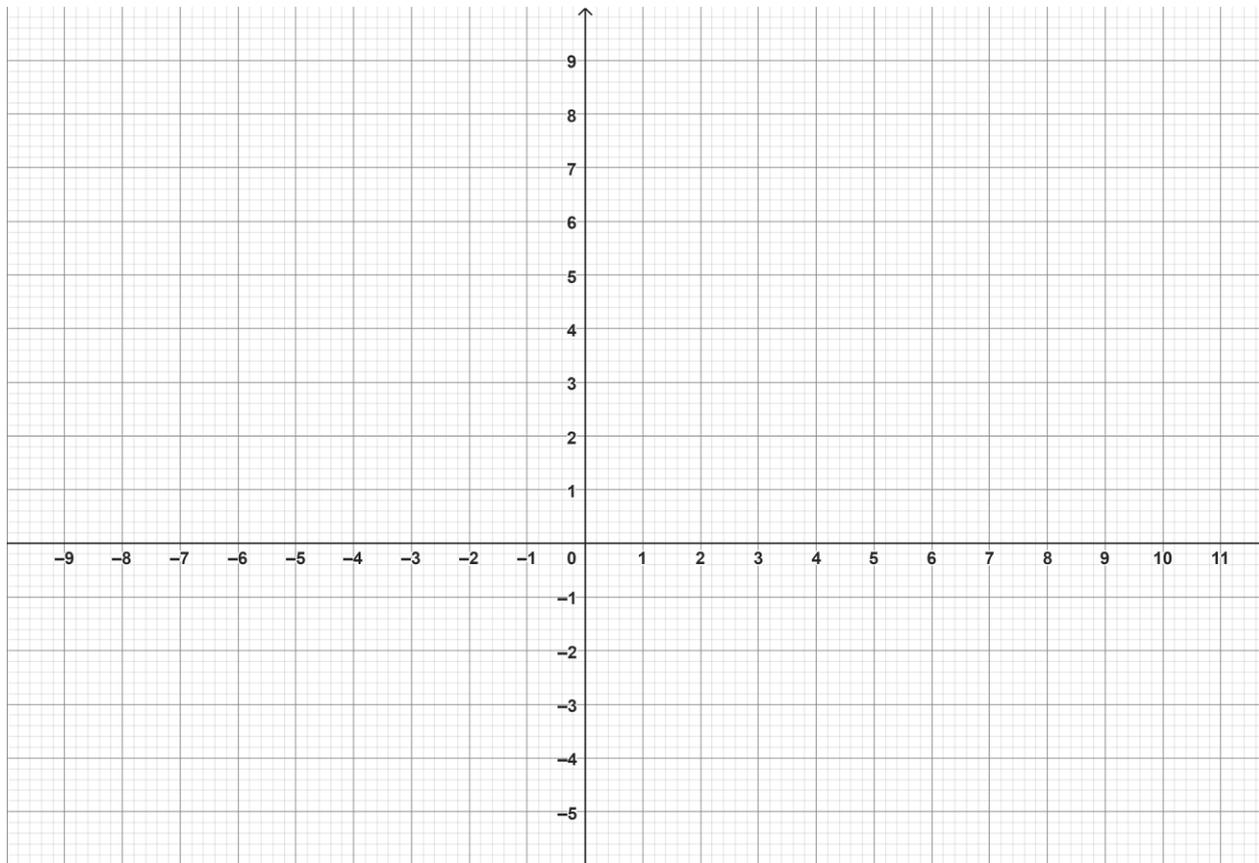
Nach einer Untersuchung einer gebrochen-rationalen Funktion sind folgende

Ergebnisse herausgekommen:

Asymptote: $a(x) = 4$ $S_y(0 / 0,22)$ Nullstellen: $x = 1$ (doppelt) und $x = -2$ (einfach)

Polstelle mit VZW bei $x = -4$ Polstelle ohne VZW bei $x = 3$

Skizzieren Sie den Graphen der Funktion, die Polstellen und die Asymptote.

**Aufgabe 6 Lücken bestimmen**

Ermitteln Sie bei den Funktionen $f^*(x)$, die Lücken und deren „Funktionswerte“.

$$a) f(x) = \frac{(x-6)(x^2-9x+20)}{(x^2-8x+15)(x-4)}$$

$$c) f(x) = \frac{x^2+2x-15}{x^2-5x+6}$$

$$b) f(x) = \frac{2x^3+8x^2-22x-60}{x^2-x-6}$$

Zusatzaufgabe:

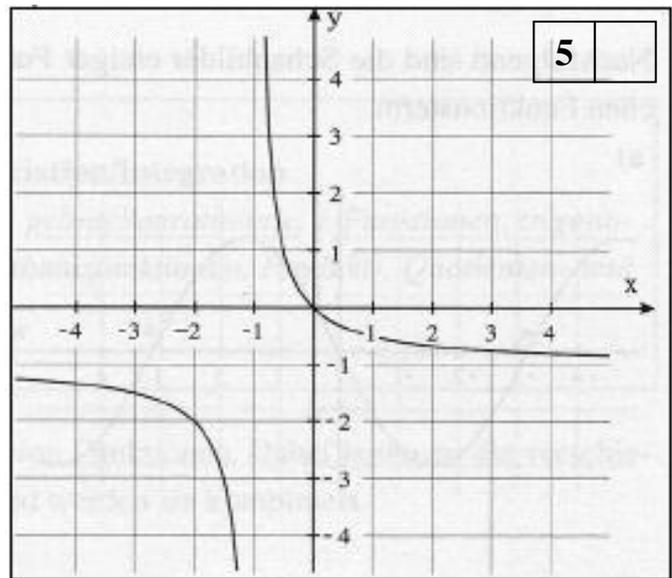
Berechnen Sie die Asymptote von $f(x) = \frac{2x^3+8x^2-22x-60}{x^2-x-6}$

Aufgabe 7 **Graphen analysieren**

Gegeben sei der Graph einer gebrochen-rationalen Funktion.

Bestimmen Sie die Eigenschaften anhand des Graphen und erstellen Sie die zugehörige Funktionsvorschrift.

- a) Asymptote
- b) Nullstellen
- c) Polstellen der Funktion
- d) Schnittpunkt mit der y-Achse
- e) Funktionsvorschrift:

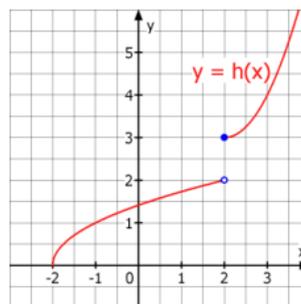
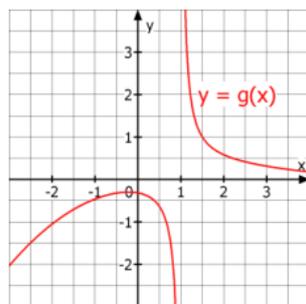
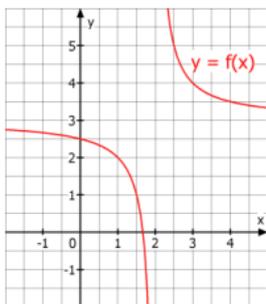


5	
---	--

Aufgabe 8 **Auswahl und Fill-In**

21	
----	--

Ordnen Sie den Funktionen ihre Polstelle zu:



Polstelle von

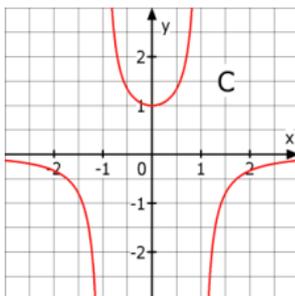
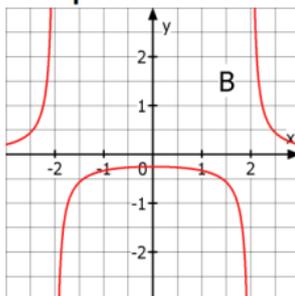
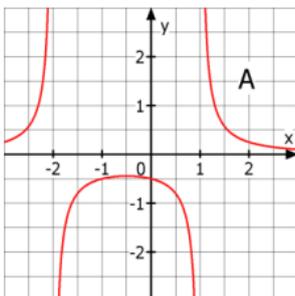
	f	g	h
x = 3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
y = 2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
x = 2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
x = 1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
y = 0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
x = -2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
keine	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Welche Aussagen zur Funktion f sind wahr, welche falsch?

- a) Hat f eine Polstelle an der Stelle 3, so hat der Graph von f eine senkrechte Asymptote mit der Gleichung $x = 3$.
- b) Hat f eine Polstelle bei x_0 , so gilt $f(x_0) = \infty$.
- c) Hat f eine Polstelle bei x_0 , so ist f an der Stelle x_0 nicht definiert.
- d) Hat f die Definitionslücke x_0 , so hat f an dieser Stelle eine Polstelle.

	Wahr	Falsch
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Ordnen Sie den Graphen die Funktionsterme zu:



—	$\frac{1}{1-x^2}$
—	$\frac{1}{(x-1)(x+2)}$
—	$\frac{1}{x^2-1}$
—	$\frac{1}{x^2-4}$

<p>Ordnen Sie eine passende Funktion zu:</p> <p>a) $x = 2$ ist Nullstelle und $x = -1$ ist Polstelle der Funktion.</p> <p>b) Der Graph der Funktion hat senkrechte Asymptoten für $x = -2$ und $x = 1$.</p>	<p>_____ $f(x) = \frac{(x-2)}{(x+1)^2}$</p> <p>_____ $g(x) = \frac{(x+1)}{(x-2)}$</p> <p>_____ $h(x) = \frac{(x^2+1)}{(x+2)(x+1)}$</p> <p>_____ $m(x) = \frac{(x+1)}{(x+2)(x-1)}$</p>															
<p>f ist eine Funktion und für $x \rightarrow \infty$ gelte $f(x) \rightarrow 2$ aber $f(x) \neq 2$. Entscheiden Sie.</p> <p>a) Der Graph von f hat die waagrechte Asymptote mit der Gleichung $y = 2$.</p> <p>b) Der Graph von f hat die senkrechte Asymptote mit der Gleichung $y = 2$.</p> <p>c) Geht man auf der x-Achse immer weiter nach rechts, so nähern sich die Funktionswerte immer mehr der 2 an.</p> <p>d) Es gilt dann $f(100) = 2$.</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Wahr</th> <th>Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>d)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		Wahr	Falsch	a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Wahr	Falsch														
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														

Aufgabe 9 Fehleranalyse bei Rudi Knilch

10	
-----------	--

Rudi hat seine Probleme mit Mathematik – und betrachtet einige Lösungsversuche seines letzten Tests. Er kann sich die Fehler nicht erklären.

Zum Glück hat er ja Sie als Nachhilfe – und da können Sie ihm sicherlich helfen.

Welche Fehler hat Rudi jeweils gemacht?

Fehler 1:
$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 4x + 5} = \frac{2x - 15}{-4x + 5} = \frac{2x - 15}{1x}$$

Fehler 2:
$$f(x) = \frac{(x-3)^2}{x^2 - 3} = \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3} = 3$$

Fehler 3:
$$f(x) = \frac{(x-4)^2}{x^2 - 16} \rightarrow \text{Polstelle bei } x = 4$$