11. Jgst.	1. Kursarbeit	Datum: 23.11.2022
Klasse: GY 22a	Fach: Mathematik (Kernfach)	

Thema: Lineare und Ganzrationale Funktionen; Horner-Schema; Nullstellen

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

Name:	
Punkte:	Note:

1.) Zeichnen linearer Funktionen **6**

Zeichnen Sie die drei Geraden in ein Koordinatensystem:

a) $y=-\frac{2}{3}x+4$ b) $2x-y+1=x+3y-5$ c) $g(x)=-x$

Lösung: $2x-y+1=x+3y-5 \;\rightarrow\; x+1=4y-5 \;\rightarrow\; x+6=4y \;\rightarrow\; y=\frac{1}{4}x+\frac{3}{2}$

2.) Punktproben bzw. Punktermittlung

Gegeben sei die Gerade $f(x)=\frac{2}{3}x+3$

Wie lauten die fehlenden Koordinatenwerte der Punkte, damit gilt $P_i \in f(x)$?

a) $P_1(-6 \mid y)$ b) $P_2(x \mid 15)$

c) Geben Sie einen weiteren Punkt an, der auf der Geraden liegt.

Lösung:

$$f(-6)=\frac{2}{3}\cdot(-6)+3=(-1) \;\rightarrow\; P_1(-6 \mid -1)$$

$$15=\frac{2}{3}x+3 \;\rightarrow\; 12=\frac{2}{3}x \;\rightarrow\; 18=x \;\rightarrow\; P_2(18 \mid 15)$$

$$\textit{beliebiger Punkt}: \quad f(0)=\frac{2}{3}\cdot 0+3=3 \;\rightarrow\; P_3(0 \mid 3)$$

3.) Abstand und Mittelpunkt

Ermitteln Sie den **Abstand und den Mittelpunkt** zwischen den beiden gegebenen Punkten: **P(5 / -2) und Q(11 / 4)**

$$e=\sqrt{(11-5)^2+[4-(-2)]^2}=\sqrt{36+36}=\sqrt{72}\approx 8{,}49$$

Lösung:

$$x_M=\frac{11+5}{2}=8 \quad und \quad y_M=\frac{4+(-2)}{2}=1 \quad \rightarrow \quad M(8\mid 1)$$

4.) Geradengleichungen erstellen

Erstellen Sie die Geradengleichung, wenn folgende Angaben vorliegen:

a) Die Gerade f besitzt die Steigung m = - 3 und geht durch den Punkt $P(4\mid -2)$

b) Die Gerade g verläuft durch die Punkte $P(-3\mid 1) \quad und \quad Q(5\mid 3)$.

c) Die Gerade h besitzt den y-Achsenabschnitt b = 5 und verläuft parallel zur Geraden $x-y=-2x-2y-3.000$

d) Die Gerade k verläuft orthogonal zur Geraden $y = \frac{1}{4}x-1$ und geht durch den Ursprung.

Lösung:

a) $(-2)=(-3)\cdot 4+b \quad \rightarrow \quad b=10 \quad \rightarrow \quad f(x)=(-3)\cdot x+10$

b) $P(-3\mid 1) \quad und \quad Q(5\mid 3)$

$$m=\frac{3-1}{5-(-3)}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$$

$$\xrightarrow[eingesetzt]{Q(5\mid 3)} 3=\frac{1}{4}\cdot 5+b \quad \rightarrow \quad b=\frac{7}{4} \quad \rightarrow \quad f(x)=\frac{1}{4}\cdot x+\frac{7}{4}$$

c) $x-y=-2x-2y-3.000 \quad \rightarrow \quad y=-3x-3.000 \quad \rightarrow \quad m=-3$

$$\rightarrow \quad f(x)=(-3)x+5$$

d) $\rightarrow \quad y=(-4)x$

5.) **Aus dem Internet:** ***Steigung und Gefälle***

16	

Hallo Allerseits!!
Ich hab´ da mal ´ne Frage: Ihr kennt doch alle dieses dreieckige Verkehrszeichen für Gefälle bzw. Steigung, wo dann das Gefälle oder die Steigung in Prozent angegeben ist?!

Gestern habe ich darüber mit einem Freund diskutiert und wir sind uns nicht einig geworden, wie das mit den Prozenten gemeint ist.

Mein Freund sagt, er hat einen Freund, der Tiefbauingenieur ist, und der sagt wiederum, dass 45 Grad 100% sind und dass das danach berechnet wird.

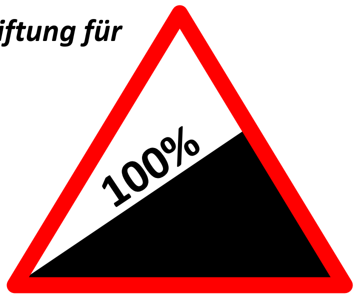
Damit bin ich aber nicht zufrieden.
Wenn ich mir ein Quadrat vorstelle, dann haben doch alle vier Ecken einen Winkel von 90 Grad, oder?
Also wären dann doch 90 Grad 100%?

Wer weiß, wie das ist mit dem Verkehrsschild?
Greetings eggneck

a) Bitte nehmen Sie zu den in diesem Diskussionsbeitrag „Plauderecke“ dargestellten Aussagen kurz Stellung und würdigen Sie diese kritisch aus mathematischer Sicht.

Lösung: Erwartete Inhalte => Steigung; Tangens; graphische Veranschaulichung

b) Bitte skizzieren Sie auch die Beschriftung für das besagte Schild.



6.) **Lagebeziehungen von Geraden und weitere „gemeine“ Fragestellungen**

a) Nennen Sie die drei charakteristischen Lagebeziehungen die zwei Geraden zueinander haben können.

Lösung: Schnitt; Parallel; Gleich

b) Bestimmen Sie rechnerisch den Schnittpunkt folgender Geraden:

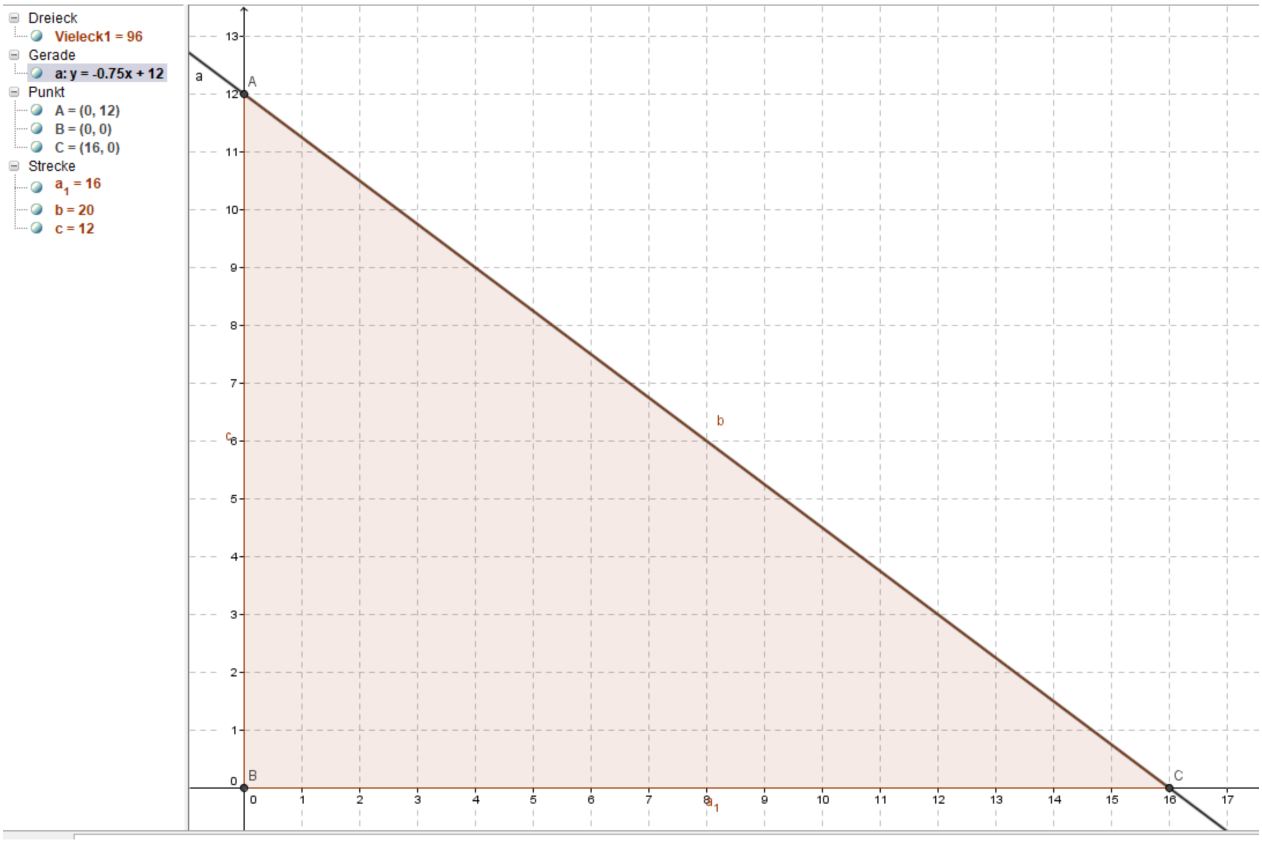
f(x) = ¼ x – 6 und g(x) = - ¾ x + 12

Lösung:

$$f(x) = g(x) \rightarrow \frac{1}{4}x - 6 = -\frac{3}{4}x + 12 \rightarrow S\left(18 \middle| -\frac{3}{2}\right)$$

$$\rightarrow x = 18 \rightarrow g(18) = \frac{1}{4}\cdot 18 - 6 = -\frac{3}{2}$$

c) **Zeichnen Sie die Gerade g(x)** in das Koordinatensystem und beantworten Sie folgende Fragen: Wie groß ist der **Flächeninhalt** und welchen **Umfang** besitzt die Figur, welche die Gerade **g(x)** mit den Koordinatenachsen einschließt?



Lösung:

$$A=\frac{1}{2}\cdot g\cdot h \rightarrow A=\frac{1}{2}\cdot 12\cdot 16 \rightarrow A=96$$

$$U=a+b+c \rightarrow U=12+16+\sqrt{12^2+16^2}=28+\sqrt{144+256}=48$$

7.) Bestimmen Sie rechnerisch die Lösungen folgender Gleichungen:

a) $7x\cdot(2x-8)=0$

b) $(x+3)\cdot(x-2)^2=0$

c) $\frac{1}{3}x^2+10 = 22$

d) $5x^2+25x=x^2-3x$

e) $2x^3+4x^2=16x$

f) $-2x^3+4x^2=0$

Lösung:

a) x = 0 und x = 4

b) x = - 3 und x = 2 (doppelt)

c) x = +/- 6

d) x = 0 und x = - 7

e)

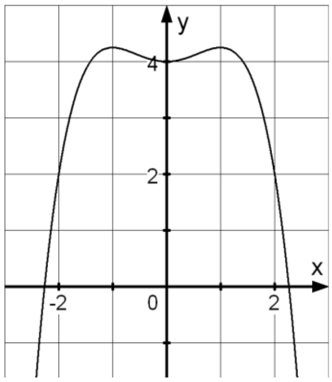
$$2x^3+4x^2-16x=0 \rightarrow (2x^2+4x-16)x=0$$

$$\rightarrow x_1=0 \quad und \quad x^2+2x-8=0$$

$$\rightarrow x_{2/3}=-1\pm\sqrt{1+8} \rightarrow x_{2/3}=-1\pm 3 \rightarrow x_2=2 \quad und \quad x_3=-4$$

f) $-2x^3+4x^2=0 \rightarrow (-2x+4)x^2=0 \rightarrow x_1=0[doppelt] \quad und \quad x_2=2$

8.) Bearbeiten Sie die folgenden Fragestellungen und kreuzen Sie die gewünschten Lösungen an:

Welchen Grad hat die ganzrationale Funktion? a) $f(x) = 4x^5 + 3x^2 + 9$ b) $f(x) = x^3 + 3x^5 - 7x$ c) $f(x) = 5(x^2)^3 + 9$	a) _**5**_ b) _**5**_ c) _**6**_
Welche der Aussagen sind aufgrund des Graphen wahr, welche falsch?  A: Der Graph von f ist symmetrisch zur y-Achse. B: Im Funktionsterm von f kommen nur ungerade Exponenten vor. C: Der Grad der Funktion ist gerade. D: Der Grad der Funktion ist mindestens 4.	**Wahr Falsch** A **X** ☐ B ☐ **X** C **X** ☐ D **X** ☐
Entscheiden Sie, welche Aussagen zur Funktion f richtig sind? $f(x) = (x-2) \cdot (x^2+1)$ A: f hat die Nullstellen -1, 1 und 2. B: f hat als einzige Nullstelle $x = 2$. C: f ist achsensymmetrisch. D: f ist auch $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$.	Richtig ist A ☐ B **X** C ☐ D **X**
Was kann man über die Anzahl der Nullstellen einer ganzrationalen Funktion 5.Grades aussagen?	☐ Es sind genau 5 ☐ Es sind mind. 5 **X** Es sind höchst. 5 **X** Es ist mind. 1

9.) Ganzrationale Funktionen

a) Eine ganzrationale Funktion sei durch folgende Koeffizienten gegeben:

$a_4 = -3$ $a_3 = 1$ $a_2 = -5$ $a_1 = 2$ $a_0 = -8$

Erstellen Sie die Funktionsvorschrift als Polynomfunktion.

Lösung: $f(x) = -3x^4 + x^3 - 5x^2 + 2x - 8$

b) Horner-Schema

Eine Funktion hat den Grad n = 4 und ist achsensymmetrisch.

Die Koeffizienten besitzen folgende Werte: **a_4 = - 3** **a_2 = 15** **a_0 = - 8**

Bestimmen Sie den Funktionswert für x = 2 mit dem Horner-Schema.

Lösung:

	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0
Wert Koeffizient	**-3**	**0**	**15**	**0**	**-8**
x = 2	**---**	**-3*2=-6**	**-6*2=-12**	**3*2=6**	**6*2=12**
Ergebnis	**-3**	**-6**	**3**	**6**	**4**

Ergebnis: $f(2) = 4$

10.) Die Probleme von Familie Hallo-Wien

Damit Familie Hallo-Wien an Halloween nicht permanent an die Tür muss, um den Kindern Süßigkeiten zu geben, haben sie vor ihrer Tür ein Glas mit 200 Süßigkeiten aufgestellt.

Sven ist neugierig und läuft immer wieder zum Türspion, um zu schauen, wie voll das Glas noch ist. Er stellt fest: "Jede Stunde werden es genau 25 Stück weniger!"

a) Es handelt sich um eine lineare Funktion.
Finden Sie eine Funktionsgleichung zu dieser Situation.

$$f(t) = 200 - 25t \quad [t \text{ in Stunden}]$$

b) Welche Bedeutung haben y-Achsenabschnitt und Steigung in dieser Situation?

y-Achsenabschnitt: Anzahl/Menge an Süßigkeiten zu Beginn
Steigung: Menge der Abnahme pro Stunde

c) Gustav behauptet vorlaut: "Ich glaube nach 3,5 Stunden sind noch 145 Süßigkeiten im Glas".
Stimmt das? Bitte mit Begründung.

$$f(3{,}5) = 200 - 25 \cdot 3{,}5 = 200 - 87{,}5 = 112{,}5 < 145$$

Das ist nicht korrekt, denn es sind weniger, zumal es sich auch um keine Ganzzahl handelt.

d) Luisa sagt: "Nach 5 Stunden sind sicher nur noch 100 oder weniger Süßigkeiten im Glas".
Hat sie recht? Bitte begründen Sie Ihre Meinung.

$$f(5) = 200 - 25 \cdot 5 = 200 - 125 = 75 < 100$$

Luise hat recht mit ihrer Behauptung.

e) Sven überlegt: "Aber nach wie vielen Stunden ist das Glas leer, wenn es draußen so weiter-geht?" Bestimmen Sie diesen Zeitpunkt!

$$f(t) = 200 - 25t = 0 \rightarrow 200 = 25t \rightarrow t = 8[Stunden]$$