

Thema: Exponentialfunktionen und -gleichungen.

Name:

Punkte:

Note:

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

1.) Welche der Umformungen sind korrekt?

8

Kreuzen Sie die richtigen Umformungen an und korrigieren Sie die falschen Terme.

a) $2 \cdot 7^x = 98 \Rightarrow 7^x = 49 \Rightarrow x = 2$

a)

b) $5 \cdot 3^x = 15 \Rightarrow 15^x = 15 \Rightarrow x = 1$

b)

c) $20 + 4 \cdot 2^x = 28 \Rightarrow 28^x = 28 \Rightarrow x = 1$

c)

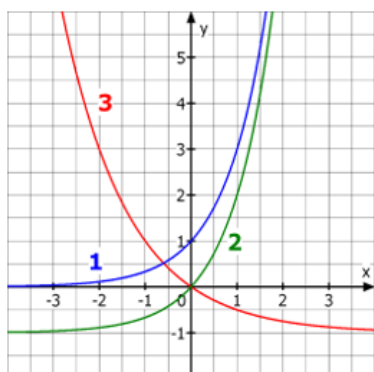
d) $20 + 4 \cdot 2^x = 28 \Rightarrow 4 \cdot 2^x = 8 \Rightarrow 2^x = 2 \Rightarrow x = 1$

d) **Korrekte Umformungen sind a) und d); bei b und c wurden Potenzgesetze nicht beachtet**

2.) Welcher Graph gehört zu welcher Funktionsvorschrift?

4

Ordnen Sie die Zahlen den Funktionsvorschriften zu.



$f(x) =$

___ $0,5^x - 1$

___ 3^x

___ $2^{-x} - 1$

___ $3^x - 1$

Nr.1 3^x Nr.2 $3^x - 1$

Nr.3 $0,5^x - 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1 = 2^{-x} - 1$

3.) Bearbeiten Sie die folgenden Aufgabenstellungen zur gegebenen Exponentialfunktion

8

Es ist die Funktion f mit $f(x) = -3 \cdot 0,5^x + 2$ gegeben.a) Bestimme $f(1)$.

a) _____

b) Für welches x gilt $f(x) = -4$?

b) _____

c) Für welches x gilt $f(x) = 8$?

c) _____

d) Bestimme den Schnittpunkt S des Graphen von f mit der y -Achse.d) $S(_ | _)$

$f(x) = -3 \cdot 0,5^x + 2$

$f(1) = -3 \cdot 0,5^1 + 2 = -1,5 + 2 = 0,5$

$-4 = -3 \cdot 0,5^x + 2 \xrightarrow{-2} -6 = -3 \cdot 0,5^x \xrightarrow{:(-3)} 2 = 0,5^x \rightarrow x = -1$

$8 = -3 \cdot 0,5^x + 2 \xrightarrow{-2} 6 = -3 \cdot 0,5^x \xrightarrow{:(-3)} -2 = 0,5^x$ Widerspruch

$f(0) = -3 \cdot 0,5^0 + 2 = -1 \rightarrow S(0 | -1)$

4.) Lösen Sie die Exponentialgleichungen

30	
----	--

- Hinweis: a) bis c) mit Logarithmieren bzw. Exponentenvergleich
d) Substitution
e) Satz vom Nullprodukt und Substitution

a) $512^{x-1} = 16^{2x}$

$$512^{x-1} = 16^{2x} \rightarrow (2^9)^{x-1} = (2^4)^{2x} \rightarrow 9x - 9 = 8x \rightarrow x = 9$$

b) $25 \cdot 2^{3x-2} = 5^{4-2x}$

$$25 \cdot 2^{3x-2} = 5^{4-2x} \rightarrow 5^2 \cdot 2^{3x-2} = 5^{4-2x} \rightarrow 2^{3x-2} = \frac{5^{4-2x}}{5^2}$$

$$\rightarrow 2^{3x-2} = 5^{2-2x} \rightarrow (3x-2)\log 2 = (2-2x)\log 5 \rightarrow 3x-2 = 2,32 \cdot (2-2x)$$

$$\rightarrow 3x-2 = 4,64 - 4,64x \rightarrow 7,64x = 6,64 \rightarrow x = \frac{6,64}{7,64} \approx 0,87$$

c) $64^{2x} \cdot 1024^{x-5} = 256^{1-2x}$

$$64^{2x} \cdot 1024^{x-5} = 256^{1-2x} \rightarrow (2^6)^{2x} \cdot (2^{10})^{x-5} = (2^8)^{1-2x} \rightarrow 2^{12x} \cdot 2^{10x-50} = 2^{8-16x}$$

$$\rightarrow 2^{22x-50} = 2^{8-16x} \rightarrow 22x-50 = 8-16x \rightarrow 38x = 58 \rightarrow x = 1,526$$

d) $8^{4x} + 32 = 12 \cdot 8^{2x}$

$$8^{4x} + 32 = 12 \cdot 8^{2x} \rightarrow 8^{4x} - 12 \cdot 8^{2x} + 32 = 0 \xrightarrow[8^{2x}=u]{Subst} u^2 - 12 \cdot u + 32 = 0$$

$$\rightarrow u_{1/2} = \frac{12 \pm \sqrt{144-128}}{2} \rightarrow u_{1/2} = \frac{12 \pm 4}{2} \rightarrow u_1 = 8 \text{ und } u_2 = 4$$

$$\xrightarrow[8^{2x}=u]{Re-Subst} u_1 = 8 = 8^{2x} \rightarrow x = 0,5$$

$$\xrightarrow[8^{2x}=u]{Re-Subst} u_2 = 4 = 8^{2x} \rightarrow 2^2 = (2^3)^{2x} \rightarrow 2 = 6x \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

ZUSATZAUFGABE: $2^{8x} - 3 \cdot 2^{5x} - 4 \cdot 2^{2x} = 0$

6	
---	--

$$(2^{6x} - 3 \cdot 2^{3x} - 4) \cdot 2^{2x} = 0 \rightarrow 2^{2x} = 0 \text{ Widerspruch - nicht lösbar}$$

$$2^{6x} - 3 \cdot 2^{3x} - 4 = 0 \xrightarrow[u=2^{3x}]{Subst.} u^2 - 3 \cdot u - 4 = 0 \rightarrow u_1 = 4 \text{ und } u_2 = -1$$

$$\xrightarrow[u=2^{3x}]{Re-Subst.} u_1 = 2^{3x} = 4 \rightarrow 2^{3x} = 2^2 \rightarrow 3x = 2 \rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$\xrightarrow[u=2^{3x}]{Re-Subst.} u_2 = 2^{3x} = -1 \rightarrow \text{Widerspruch - nicht lösbar}$$