Summen I

1.) **Schreiben Sie die Summen mit Hilfe des Summenzeichens**

a) $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$

b) $1^3+2^3+3^3+4^3+5^3+6^3+7^3+8^3$

c) $3^1+3^2+3^3+3^4+3^5+3^6+3^7+3^8$

d) $1\cdot 2+2\cdot 2+3\cdot 2+4\cdot 2+5\cdot 2+6\cdot 2+7\cdot 2$

e) $2+4+6+8+10+12+14$

f) $3+6+9+12+15+18$

g) $1+3+5+7+9+11+13+15$

h) $-1+1+(-1)+1+(-1)+1+(-1)+1+(-1)$

i) $-1+2-3+4-5+6-7+8-9+10$

j) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}$

2.) **Schreiben Sie die Summen ohne das Summenzeichen und bilden Sie die Summanden**

a) $\sum_{i=1}^{11}(5i)$ d) $\sum_{i=1}^{7}\left(3^i+1\right)$ g) $\sum_{k=1}^{12}(4k)$ j) $\sum_{k=1}^{10}\left(1+\frac{1}{k}\right)$

b) $\sum_{i=1}^{9}(3i-2)$ e) $\sum_{i=1}^{6}\left(2i^2+3\right)$ h) $\sum_{k=1}^{9}k^k$ k) $\sum_{i=1}^{9}i(i+1)$

c) $\sum_{i=1}^{12}i^4$ f) $\sum_{i=1}^{9}\left(i^2-4i+1\right)$ i) $\sum_{k=1}^{12}\frac{1}{k^2}$ l) $\sum_{i=1}^{6}(2i+1)\left(i^2-1\right)$

3.) **Zerlegen Sie die Summen gem. den Rechengesetzen für Summen**

a) $\sum_{i=1}^{11}(5i)$ d) $\sum_{i=1}^{7}\left(3^i+1\right)$ g) $\sum_{k=1}^{12}(4k)$ j) $\sum_{k=1}^{10}\left(1+\frac{1}{k}\right)$

b) $\sum_{i=1}^{9}(3i-2)$ e) $\sum_{i=1}^{6}\left(2i^2+3\right)$ h) $\sum_{k=1}^{9}k^k$ k) $\sum_{i=1}^{9}i(i+1)$

c) $\sum_{i=1}^{12}i^4$ f) $\sum_{i=1}^{9}\left(i^2-4i+1\right)$ i) $\sum_{k=1}^{12}\frac{1}{k^2}$ l) $\sum_{i=1}^{6}(2i+1)\left(i^2-1\right)$

Lösungen zu Summen I

1.) Schreiben Sie die Summen mit Hilfe des Summenzeichens

a) $\sum_{k=1}^{10} k$ b) $\sum_{k=1}^{8} k^3$ c) $\sum_{k=1}^{8} 3^k$ d) $\sum_{k=1}^{7} k \cdot 2$ e) $\sum_{k=1}^{7} 2k$

f) $\sum_{k=1}^{6} 3k$ g) $\sum_{k=1}^{8} (2k-1)$ h) $\sum_{k=1}^{9} (-1)^k$ i) $\sum_{k=1}^{10} (-1)^k \cdot k$ j) $\sum_{k=1}^{7} \frac{1}{k}$

2.) Schreiben Sie die Summen ohne das Summenzeichen und bilden Sie die Summanden

$$\sum_{i=1}^{11} 5i = 5\cdot1+5\cdot2+5\cdot3+\ldots+5\cdot10+5\cdot11 = 5+10+15+\ldots+50+55$$

$$\sum_{i=1}^{9} (3i-2) = 3\cdot1-2+3\cdot2-2+3\cdot3-2+\ldots+3\cdot8-2+3\cdot9-2 = 1+4+7+\ldots+22+25$$

$$\sum_{i=1}^{12} i^4 = 1^4+2^4+3^4+\ldots+11^4+12^4 = 1+16+81+\ldots+11^4+12^4$$

$$\sum_{i=1}^{7} (3^i+1) = 3^1+1+3^2+1+3^3+1+\ldots+3^6+1+3^7+1 = 4+10+28+\ldots+3^6+1+3^7+1$$

$$\sum_{i=1}^{6} (2i^2+3) = 2\cdot1^2+3+2\cdot2^2+3+2\cdot3^2+3+2\cdot4^2+3+2\cdot5^2+3+2\cdot6^2+3 = 5+11+21+35+53+75$$

$$\sum_{i=1}^{9} (i^2-4i+1) = (1^2-4\cdot1+1)+(2^2-4\cdot2+1)+\ldots+(9^2-4\cdot9+1) = -2+(-3)+\ldots+46$$

$$\sum_{k=1}^{12} 4k = 4\cdot1+4\cdot2+4\cdot3+\ldots+4\cdot11+4\cdot12 = 4+8+12+\ldots+44+48$$

$$\sum_{k=1}^{9} k^k = 1^1+2^2+3^3+\ldots+8^8+9^9 = 1+4+27+\ldots+8^8+9^9$$

$$\sum_{k=1}^{12} \frac{1}{k^2} = \frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\ldots+\frac{1}{11^2}+\frac{1}{12^2} = 1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\ldots+\frac{1}{121}+\frac{1}{144}$$

$$\sum_{k=1}^{10} \left(1+\frac{1}{k}\right) = \left(1+\frac{1}{1}\right)+\left(1+\frac{1}{2}\right)+\left(1+\frac{1}{3}\right)+\ldots+\left(1+\frac{1}{9}\right)+\left(1+\frac{1}{10}\right) = 2+\frac{3}{2}+\frac{4}{3}+\ldots+\frac{10}{9}+\frac{11}{10}$$

$$\sum_{i=1}^{9} i\cdot(i+1) = 1\cdot(1+1)+2\cdot(2+1)+3\cdot(3+1)+\ldots+8\cdot(8+1)+9\cdot(9+1) = 2+6+12+\ldots+72+90$$

$$\sum_{i=1}^{6} (2i+1)\cdot(i^2-1)$$

$$= (2\cdot1+1)\cdot(1^2-1)+(2\cdot2+1)\cdot(2^2-1)+(2\cdot3+1)\cdot(3^2-1)+(2\cdot4+1)\cdot(4^2-1)+(2\cdot5+1)\cdot(5^2-1)+(2\cdot6+1)\cdot(6^2-1)$$

$$\sum_{i=1}^{6} (2i+1)\cdot(i^2-1) = 0+15+56+135+264+455$$

3.) Zerlegen Sie die Summen gem. den Rechengesetzen für Summen

$$\sum_{i=1}^{11} 5i \quad = \quad 5 \cdot \sum_{i=1}^{11} i$$

$$\sum_{i=1}^{9} (3i-2) \quad = \quad \sum_{i=1}^{9} 3i - \sum_{i=1}^{9} 2 \quad = \quad \left(3 \cdot \sum_{i=1}^{9} i\right) - 9 \cdot 2 \quad = \quad \left(3 \cdot \sum_{i=1}^{9} i\right) - 18$$

$$\sum_{i=1}^{12} i^4 \quad = \quad \text{keine Zerlegung möglich}$$

$$\sum_{i=1}^{7} (3^i + 1) \quad = \quad \sum_{i=1}^{7} 3^i + \sum_{i=1}^{7} 1 \quad = \quad \left(\sum_{i=1}^{7} 3^i\right) + 7$$

$$\sum_{i=1}^{6} (2i^2 + 3) \quad = \quad \sum_{i=1}^{6} 2i^2 + \sum_{i=1}^{6} 3 \quad = \quad \left(2 \cdot \sum_{i=1}^{6} i^2\right) + 6 \cdot 3 \quad = \quad \left(2 \cdot \sum_{i=1}^{6} i^2\right) + 18$$

$$\sum_{i=1}^{9} (i^2 - 4i + 1) \quad = \quad \sum_{i=1}^{9} i^2 - 4 \cdot \sum_{i=1}^{9} i + \sum_{i=1}^{9} 1 \quad = \quad \sum_{i=1}^{9} i^2 - 4 \cdot \sum_{i=1}^{9} i + 9$$

$$\sum_{k=1}^{12} 4k \quad = \quad 4 \cdot \sum_{k=1}^{12} k$$

$$\sum_{k=1}^{9} k^k \quad = \quad \text{keine Zerlegung möglich}$$

$$\sum_{k=1}^{12} \frac{1}{k^2} \quad = \quad \text{keine Zerlegung möglich}$$

$$\sum_{k=1}^{10} \left(1 + \frac{1}{k}\right) \quad = \quad \sum_{k=1}^{10} 1 + \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{k} \quad = \quad 10 + \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{k}$$

$$\sum_{i=1}^{9} i \cdot (i+1) \quad = \quad 1 \cdot (1+1) + 2 \cdot (2+1) + 3 \cdot (3+1) + \ldots + 8 \cdot (8+1) + 9 \cdot (9+1) \quad = \quad 2 + 6 + 12 + \ldots + 72 + 90$$

$$\sum_{i=1}^{6} (2i+1) \cdot (i^2 - 1) \quad \overset{\textit{ausmultiplizieren}}{=}$$

$$\sum_{i=1}^{6} (2i^3 + i^2 - 2i - 1) \quad = \quad \sum_{i=1}^{6} 2i^3 + \sum_{i=1}^{6} i^2 - \sum_{i=1}^{6} 2i - \sum_{i=1}^{6} 1 \quad = \quad 2 \cdot \sum_{i=1}^{6} i^3 + \sum_{i=1}^{6} i^2 - 2 \cdot \sum_{i=1}^{6} i - 6$$

Summen II

1.) Schreiben Sie die ersten und letzten drei Summanden folgender Ausdrücke

a) $\sum_{i=1}^{40}(-1)^i i^2$ c) $\sum_{i=4}^{n}\frac{i}{i+1}$

b) $\sum_{i=0}^{9}2^{2i+1}$ d) $\sum_{i=0}^{2m+3}\frac{i}{2m+3}$

2.) Schreiben Sie die Summe mittels Summenzeichen

a) $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}$

b) $1+\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{4}+\frac{x^6}{8}+\frac{x^8}{16}$

c) $5+\frac{10}{x+2}+\frac{15}{(x+2)^2}+\frac{20}{(x+2)^3}+\frac{25}{(x+2)^4}+\frac{30}{(x+2)^5}+\frac{35}{(x+2)^6}$

d) $7+9+11+13+15+17+19+21+23$

3.) Berechnen Sie folgende Summen

a) $\sum_{i=1}^{40}2i$ b) $\sum_{i=0}^{2n+1}\frac{1+(-1)^i}{2}$ c) $\sum_{i=m}^{n}(b+c)$

4.) Formen Sie jeweils so um, dass der Index bei 0 beginnt

a) $\sum_{i=3}^{n}2^{i-3}x^n$ b) $\sum_{i=1}^{m}(-1)^{i+1}x^{2i}$ c) $\sum_{i=2}^{n^2+1}\frac{i(i-1)(i-2)}{x^{2i-3}}$

Lösungen zu Summen II

1	a) $-1+4-9+\ldots+38^2-39^2+40^2$
	b) $2+8+32+\ldots+2^{15}+2^{17}+2^{19}$
	c) $\frac{4}{5}+\frac{5}{6}+\frac{6}{7}+\ldots+\frac{n-2}{n-1}+\frac{n-1}{n}+\frac{n}{n+1}$
	d) $0+\frac{1}{2m+3}+\frac{2}{2m+3}+\ldots+\frac{2m+1}{2m+3}+\frac{2m+2}{2m+3}+1$

2	a) $\sum_{i=1}^{7}(-1)^{i+1}\frac{1}{i}=\sum_{i=0}^{6}(-1)^i\frac{1}{i+1}$
	b) $\sum_{i=0}^{4}\frac{x^{2i}}{2^i}$
	c) $\sum_{i=0}^{6}\frac{5(i+1)}{(x+2)^i}$
	d) $\sum_{i=0}^{8}(7+2i)$

3	a) $20\cdot 82=1640$
	b) $n+1$
	c) $(n-m+1)(b+c)$

4	a) $\sum_{i=0}^{n-3}2^i x^n$
	b) $\sum_{i=0}^{m-1}(-1)^i x^{2i+2}$
	c) $\sum_{i=0}^{n^2-1}\frac{(i+2)(i+1)i}{x^{2i+1}}$