

Übungen zur Matrizenrechnung / Lineare Algebra

Lösungsverhalten von LGS:

Übung 1:

Für jedes $t \in \mathbb{R}$ sind die Matrix A_t und der Vektor b_t gegeben durch

$$A_t = \begin{pmatrix} 1 & t & 2t \\ 1 & 1 & 2t-2 \\ t & t^3 & 16 \end{pmatrix}, \quad b_t = \begin{pmatrix} 6t-4 \\ 6t-2 \\ -12t \end{pmatrix}.$$

Für welche Werte von t ist das lineare Gleichungssystem $A_t x = b_t$ unlösbar, mehrdeutig lösbar, eindeutig lösbar?

Bestimmen Sie den Lösungsvektor für $t = 1$.

Übung 2:

Zu jedem $t \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ sind die Matrix A_t und der Vektor b_t gegeben durch

$$A_t = \begin{pmatrix} 1 & t & 0 \\ t & t^2+t-2 & 1 \\ -t & -3t+2 & t^2+2t-1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b}_t = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2t \end{pmatrix}$$

Für welche Werte von t ist das lineare Gleichungssystem $A_t \cdot \vec{x} = \vec{b}_t$ unlösbar, mehrdeutig lösbar bzw. eindeutig lösbar?

Übung 3:

Für $t \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ist das folgende lineare Gleichungssystem gegeben:

$$\begin{aligned} x_1 + 4x_2 + tx_3 &= 2 \\ tx_2 + 2x_3 &= 3t \\ tx_1 + 4tx_2 + 4tx_3 &= 3t - 4 \end{aligned}$$

- Bestimmen Sie für $t = 4$ die Lösungsmenge des Gleichungssystems.
- Für welche Werte von t hat das lineare Gleichungssystem
 - ⇒ keine Lösung?
 - ⇒ unendlich viele Lösungen?
 - ⇒ genau eine Lösung?

Übung 4:

Gegeben ist für $t \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ die Matrix

$$A_t = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & t-3 & t+2 \\ t & 1 & t+4 \end{pmatrix} \quad \text{und der Vektor} \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- Für welche t ist das Gleichungssystem $A_t \cdot \vec{x} = \vec{d}$ unlösbar, mehrdeutig lösbar, eindeutig lösbar?
- Lösen Sie das lineare Gleichungssystem $A_3 \cdot \vec{x} = \vec{d}$
- Berechnen Sie $(A_0 - A_3^T)^{-1} \cdot (A_0 - A_3)$.